

Nicola Gianola

Idee per una decostruzione del platonismo matematico a partire da Wittgenstein

Introduzione

L'obiettivo di questo contributo è estrapolare una critica radicale al platonismo matematico dalle osservazioni che Wittgenstein dedica ai fondamenti della matematica. Intendo mostrare in che senso, nelle sue considerazioni, Wittgenstein metta in atto una vera e propria decostruzione della rappresentazione platonizzante della matematica. Da un lato, infatti, tali osservazioni permettono di formulare una critica volta a evidenziare i limiti di questa visione della matematica, soprattutto per quanto riguarda la sua capacità di chiarire alcune questioni filosofiche. Al contempo, la critica di Wittgenstein si configura come un'indagine che mira a ricostruire la genealogia concettuale di tale immagine teorica, allo scopo di disinnescare l'apparente autoevidenza.

Prima di entrare nel merito del testo, tuttavia, è opportuno chiarire un'indicazione metodologica. Com'è noto, lo stile aforistico con cui Wittgenstein era solito scrivere, unito alla sua convinzione meta-filosofica secondo cui non possono esserci teorie in filosofia, rende particolarmente arduo attribuirgli una posizione teorica definita. Uno dei rischi più comuni, per gli studiosi del suo pensiero, è proprio quello di imputargli convinzioni o tesi che egli stesso avrebbe potuto rifiutare. Per questa ragione, nel presente contributo non intendo pormi come fine la ricostruzione filologicamente accurata dell'opinione di Wittgenstein sul platonismo, e attribuirgli così una posizione filosofica precisa. L'intento sarà piuttosto di natura ermeneutico-teoretica: sospendendo il giudizio sull'autenticità di tali posizioni, cercherò di ricostruire una trama di pensieri e argomenti che trovano riscontro nelle osservazioni di Wittgenstein, le quali, a mio giudizio, possono indicare una via per mettere in crisi il platonismo ma-

tematico. Ritengo infatti che un simile approccio si sposi bene con lo stile filosofico di Wittgenstein e possa rivelarsi molto più fruttuoso di uno prettamente ricostruttivo, data la natura del suo lavoro, che, più che avere l'obiettivo di esporre idee definitive, costituisce un invito e uno stimolo a pensare filosoficamente in modo autentico e autonomo. Infine ritengo opportuno sottolineare che, a causa dell'originalità degli argomenti qui presentati, il riferimento diretto alla bibliografia dedicata alla filosofia della matematica di Wittgenstein non potrà che essere limitato ai soli casi in cui le considerazioni degli autori si intrecciano con la linea di pensiero qui proposta.

L'articolo sarà suddiviso in tre parti. Nella prima parte presenterò una sintesi del platonismo matematico, prendendo le mosse dalla posizione di G. H. Hardy, oggetto delle critiche di Wittgenstein. Nella seconda parte affronterò un problema centrale: la giustificazione della generalità della dimostrazione matematica. Illustrerò perché il platonismo possa apparire una posizione convincente e attrattiva e, al contempo, presenterò l'alternativa proposta da Wittgenstein. Infine, nella terza parte individuerò le tre fonti principali dell'immagine platonista della dimostrazione matematica, mostrando così la natura illusoria delle soluzioni suggerite da questa prospettiva.

1. Il platonismo matematico e la concezione telescopica della prova matematica

Il platonismo matematico rappresenta una delle principali e più diffuse concezioni della matematica elaborate nella storia della filosofia. Affonda le sue radici nel pensiero antico, trovando in Platone il suo capostipite, e si è progressivamente sviluppato nel corso dei secoli, influenzando il pensiero di numerosi filosofi e matematici del Novecento. Frege, Russell, Gödel, Cantor e altri importanti protagonisti del dibattito sui fondamenti della matematica nel XX secolo hanno tutti abbracciato, in forme differenti, una concezione platonista della matematica¹. Ancora oggi, nel

¹ Per un'introduzione molto ben scritta e teoreticamente efficace alla storia della filosofia della matematica si consiglia: S. Shapiro, *Thinking About Mathematics*, Oxford University Press, 2000. Per quanto riguarda invece la filosofia della matematica di Wittgenstein si consigliano: S. Schroeder, *Wittgenstein on Mathematics*, Routledge, 2021 (particolarmente indicato per la comprensione del presente lavoro); J. Floyd, *Wittgenstein's philosophy of mathematics*, Cambridge University Press, 2021; M. Plebani, *Reconsidering Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Tesi di dottorato, Università Ca' Foscari di Venezia, 2010; P. Frasca, *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Routledge, 1994; S. Shanker, *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press, 1987.

dibattito contemporaneo in filosofia della matematica, sono numerosi gli autori che sostengono posizioni riconducibili a questa visione: si pensi, ad esempio, allo strutturalismo *ante rem* di autori come Shapiro², o all'argomento dell'indispensabilità elaborato da Quine e Putnam, entrambe concezioni che possono essere correttamente annoverate tra le possibili versioni del platonismo³.

Proprio a causa della vasta sua diffusione e della conseguente molteplicità di varianti e formulazioni di questa concezione, non è semplice offrire una rappresentazione sintetica e schematica del nucleo concettuale condiviso da tutte le versioni del platonismo matematico. Un'analisi rigorosa di tale orientamento filosofico richiederebbe un'indagine approfondita a parte, volta a mettere in evidenza le differenze tra le sue diverse articolazioni storiche e teoriche.

Ciononostante, ai fini del presente contributo, cercherò di proporre una visione sintetica del platonismo matematico, prendendo spunto dalle affermazioni di un matematico che ha difeso in modo esplicito e deciso una concezione platonista della matematica: G. H. Hardy. L'interesse per la sua formulazione è motivato dal fatto che le osservazioni critiche di Wittgenstein contro la visione platonista sembrano rivolgersi, in particolare, proprio alle considerazioni espresse da Hardy.

In estrema sintesi, il platonismo matematico può essere descritto come una teoria filosofica volta a spiegare la natura degli oggetti matematici (problema ontologico) e, al tempo stesso, a giustificare lo statuto epistemico delle proposizioni matematiche, in particolare la loro necessità e universalità (problema epistemologico). Possiamo dunque definire il platonismo come un insieme di ontologia e epistemologia degli oggetti matematici, elaborato per rendere conto della validità e della giustificazione delle proposizioni matematiche.

Da questa prospettiva, gli oggetti matematici (numeri, forme geometriche, insiemi, funzioni, ecc.) sono considerati entità astratte, distinte dagli oggetti fisici, che esistono indipendentemente dalla nostra mente, albergando in un piano di realtà separato da quello della realtà sensibile. Al

² cfr. G. Hellman, S. Shapiro, *Mathematical Structuralism*, Cambridge University Press, 2018. Lo strutturalismo matematico è una prospettiva relativamente nuova in filosofia della matematica di stampo realista, fondata dal filosofo Stewart Shapiro. Secondo questa visione, il realismo matematico può essere riabilitato sostenendo che la matematica non si occupa dello studio di oggetti astratti collocati in una dimensione separata, ma dello studio di strutture che – almeno nella versione *ante-rem* difesa da Shapiro – preesistono alle loro istanziazioni.

³ Per approfondire il tema del platonismo matematico, tutt'ora molto dibattuto, si consigliano: E. Landry, *Plato Was Not a Mathematical Platonist*, Cambridge University Press, 2023; Ø. Linnebo, *Platonism in the Philosophy of Mathematics*, in Stanford Encyclopedia of Philosophy; M. Panza, A. Sereni, *Plato's Problem: An Introduction to Mathematical Platonism*, Palgrave Macmillan, 2013.

tempo stesso, però, esse devono anche essere in qualche modo connesse al nostro mondo, in quanto le cose stesse sono modellate a loro immagine e somiglianza. Secondo questa concezione, la matematica si configura come una scienza fondata e giustificata, il cui compito è indagare la natura di tali oggetti, le loro proprietà e le relazioni che li connettono. I teoremi che costituiscono il corpo della matematica sarebbero quindi autentiche proposizioni – vere e giustificate – che vertono su questi oggetti eteri. Così Hardy sintetizza il nocciolo della sua concezione:

I teoremi matematici sono veri o falsi; la loro verità o falsità è assoluta e indipendente dalla conoscenza che ne abbiamo. In un certo senso, la verità matematica fa parte della realtà oggettiva⁴

La realtà matematica giace fuori di noi e la nostra funzione è quella di scoprirla e osservarla, e i teoremi che noi dimostriamo, e che in modo magniloquente descriviamo come nostre “creazioni”, sono semplicemente i resoconti delle nostre osservazioni⁵

Questa è, dunque, in estrema sintesi l'immagine platonica della matematica. A partire da qui, intendo mettere subito in risalto un primo bersaglio critico che Wittgenstein sembra prendere di mira. Da un punto di vista epistemologico, infatti, la concezione platonista considera l'insieme dei teoremi matematici come il corpo di conoscenze che i matematici hanno faticosamente ottenuto, disvelando passo dopo passo il regno delle forme. Questa considerazione epistemologica sul significato della conoscenza matematica non può che tradursi in una certa rappresentazione della natura delle dimostrazioni matematiche. Se infatti la matematica è una scienza che ha per oggetto le forme matematiche, poiché le dimostrazioni costituiscono gli strumenti attraverso cui questa indagine viene eseguita, ne consegue che, da tale prospettiva, le dimostrazioni matematiche sono concepibili come uno strumento esteriore (analogo a un cannocchiale) attraverso cui i matematici indagano e scoprono le proprietà che gli oggetti matematici, che albergano nel mondo delle forme, possiedono in sé e indipendentemente da noi:

Immaginiamo che qualcuno produca una dimostrazione; la possibilità di questa dimostrazione non costituisce forse un fatto, che appartiene al regno della matematica? Se costui la trova, vuol dire che in qualche modo c'è già. Dev'essere una struttura possibile. (...) Frege, che era un gran pensatore, disse che, benché si dica in Euclide che tra due punti qualsiasi può essere tracciata una retta, di fatto la retta esiste già, anche se nessuno l'ha tracciata. L'idea è che c'è un regno della geometria, nel quale esistono gli oggetti geometrici. Quel che nel mondo ordinario viene chiamato possibilità, nel mondo geo-

⁴ G. H. Hardy, *Mathematical Proof*, in *Mind*, New Series, 1929, p. 4, traduzione nostra.

⁵ G. H. Hardy, *Apologia di un matematico*, Garzanti, 2002.

metrico costituisce una realtà [...]. La possibilità concepita come un genere diverso di realtà, un'ombra della realtà, per così dire⁶

A giudizio di Wittgenstein, quest'idea secondo cui esisterebbe un mondo etero e separato in cui albergherebbero delle realtà matematiche in sé ha una pluralità di fonti e di origini. Una di queste è la tendenza dei matematici a formulare ipotesi o congetture riguardo agli oggetti matematici prima di essere riusciti a elaborare una dimostrazione che ne mostri la verità o la falsità. L'esistenza di congetture matematiche quali l'ipotesi di Goldbach, l'ipotesi di Riemann e altre congetture matematiche, sembrano suggerire che per principio debba esistere un fatto nel mondo delle forme in grado di verificarle o falsificarle. Se è possibile dimostrare l'ipotesi di Goldbach, allora il teorema di Goldbach afferma qualcosa di vero riguardo al mondo delle forme, un fatto ideale che riguarda tale mondo. Se invece l'ipotesi di Goldbach dovesse rivelarsi falsa, la dimostrazione della sua impossibilità mostrerà che nel regno delle forme non esiste una simile possibilità. La possibilità diviene così una realtà nel regno delle forme, e la dimostrazione rappresenta solo uno strumento esteriore per attestare e fare esperienza di una realtà indipendente dal nostro pensiero, come se esse fossero esperimenti condotti nel regno delle forme volti a stabilire in un sol colpo le proprietà di questi esotici oggetti. Dimostrare, ad esempio, il teorema di Pitagora significa, secondo questa prospettiva, scoprire che il triangolo rettangolo (o, meglio, tutti i triangoli rettangoli) possiede una certa proprietà che lo distingue dagli altri triangoli. In questo senso, una dimostrazione mostra la realtà di una possibilità: è possibile dimostrare che i triangoli rettangoli possiedono questa proprietà, mentre è possibile dimostrare che tale proprietà non è propria di altri triangoli. Wittgenstein chiama tale rappresentazione dell'opera dei matematici la *concezione telescopica della dimostrazione*:

Forse le cose stanno così: Dio vede che la proposizione è vera, mentre noi possiamo arrivarci in modi diversi; alcuni di noi si convincono più facilmente, altri hanno bisogno di una lunga ed elaborata dimostrazione. Ma è così. Ma qual è il criterio per cui è così, se non appunto la dimostrazione? L'idea sembra essere questa: la verità cui giungiamo è sempre stata lì, indipendentemente dalla dimostrazione. (La dimostrazione come sorta di telescopio)⁷

Ed è proprio contro una simile rappresentazione della natura della dimostrazione matematica che Wittgenstein intende prendere posizione:

⁶ L. Wittgenstein, *Lezioni sopra i fondamenti della matematica*, a cura di Cora Diamond, Bollati Boringhieri, Torino, 2002, pp. 151-152.

⁷ *ivi*. cit. p. 138.

I want to free you from the idea that this figure:  shows something about the essence of a pentagon and a pentagram, that the demonstration is an experiment in another sphere, an experiment at a higher level on a more ethereal object⁸

2. Eidos e convenzione: la generalità della dimostrazione

Sulla base dell'immagine schematica del platonismo che ho appena presentato, passerò ora a considerare la natura della dimostrazione matematica secondo il platonismo e la critica che Wittgenstein muove contro di essa. In particolare, a giudizio di Wittgenstein, la concezione della dimostrazione come esperimento condotto nel regno delle forme esercita un forte fascino, poiché riesce a fornire una risposta efficace a un problema filosofico su cui egli riflette: il problema dell'universalità della dimostrazione⁹.

Di fronte alla tesi secondo cui la matematica è una scienza degli oggetti matematici, e all'invito a concepire le sue dimostrazioni come se fossero esperimenti condotti nel regno delle forme, viene naturale soffermarsi a notare le numerose differenze che distinguono una dimostrazione matematica da un esperimento vero e proprio. Anche adottando un punto di vista platonista, non si può non ammettere che le generalizzazioni proprie della matematica (es. per tutti i triangoli rettangoli vale il teorema di Pitagora), legittimate dalla "scoperta" di certe proprietà delle figure geometriche, ad esempio, avvengano per induzione. Nelle scienze sperimentali, gli esperimenti sono in grado di mostrare una verità generale sulla base del riconoscimento di una regolarità riguardante le istanze empiriche di un certo fenomeno: Galileo ha potuto formulare la legge della caduta dei gravi, asserendo che essi cadono con un'accelerazione di $9,8 \text{ m/s}^2$, poiché ha eseguito numerosi esperimenti e ha notato una regolarità tra lo spazio percorso e il tempo di percorrenza dei corpi studiati. Egli ha cioè

⁸ L. Wittgenstein, *Wittgenstein's Lectures. Cambridge, 1932-1935*, 2001, edito da Alice Ambrose, Prometheus Books, 2001, p. 176.

⁹ In un pregevole articolo, Stillwell sostiene che l'indagine concettuale di Wittgenstein, volta a chiarire la distinzione tra dimostrazione matematica ed esperimento scientifico, possa fornire indicazioni per affrontare il problema uno-molti di greca memoria. Scrive: "I would maintain that the emphasis on clarity in constructions has as its purpose reference to the one-many relationship. I have argued for between proofs and their tokens. Admittedly, however, a great deal more exegetical work needs to be done to settle this issue" in S. Stillwell, "Empirical Inquiry and Proof", in *Proof and Knowledge in Mathematics*, Routledge, 1992. Con il presente contributo mi propongo di dare avvio al lavoro esegetico menzionato da Stillwell.

inferito una proprietà fondamentale dei corpi (della forma pura dei corpi sulla Terra) per induzione dai casi particolari. È chiaro che non è questo che avviene in matematica: la matematica non è una scienza sperimentale che fa esperimenti sulle figure geometriche per stabilire le loro proprietà attraverso una generalizzazione induttiva (il metodo matematico è infatti un metodo deduttivo). Le sue dimostrazioni non sono esperimenti particolari che vengono poi generalizzati: dimostrare il teorema di Pitagora non significa certo scoprire, empiricamente, che esso vale per un triangolo rettangolo particolare o per molti triangoli particolari. La matematica non stabilisce le proprietà generali del triangolo studiando le proprietà dei singoli triangoli e generalizzando poi i risultati a tutti i triangoli, così come avviene in chimica o in fisica.

Ma com'è possibile, allora, che la dimostrazione, concepita come esperimento particolare condotto con una certa figura dimostrativa, riesca a dimostrare qualcosa di universale? È qui che viene in soccorso la concezione telescopica, secondo la quale la figura dimostrativa particolare impiegata per dimostrare il teorema non sarebbe un esperimento empirico, un esperimento singolare che verte su un triangolo particolare, ma piuttosto un esperimento sull'essenza stessa del triangolo: "Direi che nella prova non si fanno semplicemente corrispondere queste figure individuali, ma le stesse forme"¹⁰. In modo tale che, se essa prova qualcosa riguardo alla forma del triangolo, allora tale proprietà deve essere propria di tutti i triangoli. Non è affatto difficile cogliere le assonanze che questa posizione instaura con la visione propria della dottrina platonica delle Idee, secondo cui tutte le cose del nostro mondo sono copie imperfette di realtà ideali che ne fungono da modello¹¹. Il rapporto che intercorre tra le cose del nostro mondo e quelle del mondo superiore è un rapporto di somiglianza o, come diceva Platone, di partecipazione (μέθεξις, methexis), di imitazione (μίμησις, mimesis) e di manifestazione (παρουσία, parousia). Da un punto di vista platonico, infatti, in virtù della μέθεξις tra mondo ideale e mondo sensibile, tutti i triangoli rettangoli empirici devono anch'essi possedere la proprietà che la dimostrazione matematica ha messo in luce in riferimento all'idea di triangolo, al triangolo in sé. Questo andamento di pensiero è ben presentato in un passo del *Fedone* di Platone, in cui gli interlocutori, parlando delle Idee del pari e del dispari – idee distinte ma connesse – sostengono che, una volta stabilito, per via noetica, che l'idea del dispari partecipa dell'idea del tre, si è con ciò stesso scoperto che ogniqualevolta si dispone di qualcosa che è definibile con il predicato "tre", esso deve necessariamente essere anche dispari. Scrive Platone:

¹⁰ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, Einaudi, Torino, 1988, p. 23.

¹¹ cfr. P. Spinicci, *Lezioni sulle Ricerche filosofiche di Wittgenstein*, CUEM, Milano, 2012.

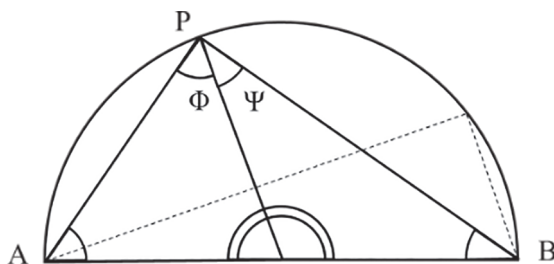
Il dispari ha diritto d'aver sempre questo nome di dispari che gli diamo ora, o no? – Senza dubbio. – Ed esso solo di tutte le cose che esistono – perché questo è il problema che io pongo - oppure anche qualche cos'altro [104a] che non è propriamente lo stesso che il dispari, e tuttavia bisogna chiamarlo, oltre che col suo proprio nome, anche con questo di dispari, perché è di tale natura che dal dispari non si scompagna mai? Intendo dire con ciò quel che può capitare, per esempio, al tre e ad altre cose molte. Vedi il caso del tre. Non ti pare che il tre abbia da esser chiamato sempre, oltre che col suo proprio nome di tre, anche con quello di dispari, sebbene non siano la stessa cosa il dispari e il tre? Eppure sono di tal natura e il tre e il cinque e insomma tutta la metà della serie dei numeri, che, pur non essendo ciascuno di essi lo stesso che il dispari, sempre tuttavia ciascuno di essi è dispari [...] Come dicevamo poco fa. Tu di certo sai bene che qualunque cosa l'idea del tre riesca ad occupare, è inevitabile che non sia solo tre ma anche dispari¹²

Tale aspetto è giustificato appunto dalla metessi: se le cose del nostro mondo possiedono proprietà in virtù della partecipazione alle forme pure, e se le forme pure intrattengono relazioni tra loro, ne consegue che anche le forme particolari devono possedere relazioni analoghe, poiché le relazioni tra le Idee devono rispecchiarsi e manifestarsi anche sul piano delle forme sensibili, che imitano le Idee. La scoperta delle proprietà delle forme pure si traduce immediatamente nella conoscenza della natura e delle proprietà delle forme particolari, e in questo modo si può giustificare perché da una singola dimostrazione si riesca a dimostrare qualcosa di universale.

Ma è proprio qui che si inserisce la critica di Wittgenstein. Chiediamoci infatti: fino a che punto questa analogia è percorribile? Se la matematica è concepita come scienza delle forme pure, come è possibile stabilire le proprietà di tali forme, se tuttavia queste non sono direttamente accessibili? In fondo, le forme che abbiamo a disposizione sono sempre forme empiriche e particolari, e non ha senso affermare che in una dimostrazione matematica venga effettivamente presa in causa o utilizzata la forma pura. Inoltre, è importante notare che se un triangolo rettangolo non dovesse godere della proprietà che il teorema di Pitagora gli attribuisce, un tale caso particolare non sarebbe considerato un controesempio che falsifica il teorema, ma piuttosto come la prova del fatto che qualcosa è andato storto nel momento della misurazione (per un errore di calcolo, oppure perché il triangolo non è perfettamente rettangolo), e dunque che il triangolo particolare in questione non era realmente rettangolo. Nelle considerazioni che seguiranno, cercherò di spiegare in che modo Wittgenstein cerca di rendere conto dell'universalità della dimostrazione senza fare appello a forme pure e universali che le cose del nostro mondo imitano. Prendiamo il caso della

¹² Platone, *Fedone*, 104a-104d.

dimostrazione, che Wittgenstein chiama “teorema di Talete”, che afferma che un triangolo inscritto in una semicirconferenza è sempre rettangolo. Riproduco qui una versione leggermente diversa ma essenzialmente identica della dimostrazione di Wittgenstein:



$\Phi = A$, perché AOP è, per costruzione, un triangolo isoscele con $PO = AO$ – e in un triangolo isoscele gli angoli opposti ai cateti equivalenti sono equivalenti;

$\Psi = B$ per la stessa ragione ma riferita a OB e OP;

Dato che $\Phi = A$ e $\Psi = B$ segue che $\Phi + \Psi = \frac{1}{2}(\Phi + \Psi + A + B)$;

Ma dato che in un triangolo qualsiasi la somma degli angoli interni è 180° , e che $(\Phi + \Psi + A + B)$ è la somma degli angoli interni del triangolo ABP, ne segue che $\Phi + \Psi = \frac{1}{2}180^\circ$ e dunque che l'angolo APB ($\Phi + \Psi$) = 90° . C.V.D.

Secondo la concezione platonista, tale dimostrazione prova che i triangoli inscritti in una semicirconferenza sono rettangoli. A proposito di questo teorema, Wittgenstein si chiede: com'è possibile che esso valga per tutti i triangoli inscritti in una circonferenza? In che modo si può passare dal triangolo rappresentato in figura a tutti i triangoli inscritti in una circonferenza? Scrive Wittgenstein:

Universalità della dimostrazione euclidea. Si dice che il procedimento dimostrativo è condotto su di un solo triangolo, ma che la dimostrazione è valida per tutti i triangoli – o per ogni triangolo arbitrario. Prima di *tutto* è curioso che quello che vale per un triangolo debba perciò stesso valere per ogni altro. Non sarebbe possibile che un medico visitasse un individuo e poi concludesse che quanto ha constatato in lui debba per forza valere per tutti. E se ora misuro gli angoli di un triangolo e sommo i risultati, non posso realmente inferire che la somma degli angoli sarà uguale per ogni altro triangolo. È chiaro che la dimostrazione non può affatto parlare di una totalità di triangoli. Una dimostrazione non può andare oltre sé stessa¹³

¹³ L. Wittgenstein, *Osservazioni filosofiche*, Einaudi, Torino, 1976, p. 111.

Ciò su cui Wittgenstein vuole attirare l'attenzione è proprio la particolarità della figura dimostrativa: non c'è dubbio che si possa concepire la dimostrazione come un esperimento, ma in tal caso bisogna ammettere che, in quanto esperimento, essa riguarda esclusivamente il triangolo preso in esame, quello che compare nella dimostrazione stessa. In questo modo, la dimostrazione può essere vista come un metodo per stabilire le proprietà del singolo triangolo rappresentato. Scrive Wittgenstein:

Immagina che si dica: congiungendo 3 lati di un poligono per mezzo di una diagonale rendiamo manifeste le sue proprietà. Esso si rivela, allora, come un poligono di 24 lati. Voglio dire che ho reso manifesta una proprietà del poligono di 24 lati? No. Voglio dire che ho reso manifesta una proprietà di questo poligono disegnato qui. Ora so che qui c'è un poligono di 24 lati. È un esperimento, questo? Per esempio mi mostra che genere di poligono c'è qui. Quello che ho fatto si può chiamare un esperimento di computo¹⁴

Il problema di fondo, secondo Wittgenstein, è che concepire la dimostrazione come esperimento non consente di spiegarne l'universalità. Infatti, se la si considera in questi termini, l'immagine della prova non parla (e non può parlare) di una totalità di triangoli, ma solo del triangolo particolare su cui si concentra. La dimostrazione è, in effetti, solo un'immagine, e in essa non si fa menzione di una totalità di triangoli; per questo, a rigore, se viene concepita come esperimento, essa può fornire informazioni solo sulle proprietà del triangolo che rappresenta, e non di tutti gli altri. Se si vuole considerare la dimostrazione come un esperimento, cioè come una procedura che rivela le proprietà della figura che la compone, allora sembra che essa non possa andare oltre sé stessa. In questo senso, la dimostrazione sarebbe un "esperimento di computo", un metodo per stabilire le proprietà del triangolo presente in essa.

Ma allora, com'è possibile che una dimostrazione, che appare qualcosa di particolare e riferito a un certo triangolo, possa valere per l'intera totalità dei triangoli? Secondo Wittgenstein, la soluzione a questa difficoltà, senza ricorrere all'idea di un esperimento condotto nel regno delle forme, consiste nel riconoscere che la dimostrazione non è affatto un esperimento che rivela le proprietà della figura che la compone, ma piuttosto un *paradigma che definisce un nuovo criterio* per stabilire se un certo triangolo è un triangolo rettangolo, e dunque una nuova regola per l'applicazione del concetto di "triangolo rettangolo" all'esperienza¹⁵. La

¹⁴ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, p. 34.

¹⁵ Riguardo alle analisi di Wittgenstein sulla distinzione concettuale tra esperimento scientifico e dimostrazione matematica, si consigliano i seguenti lavori: S. Schroeder, Wittgenstein on Mathematics, Routledge, 2021, §§ 9-10; M. Steiner, "Empirical Regularities in

dimostrazione non sarebbe quindi un esperimento condotto su un triangolo particolare che rivela una verità generale riguardante tutti i triangoli, ma un'immagine in cui viene messa in luce una connessione interna tra delle strutture particolari, che noi impieghiamo ed eleviamo al rango di modello per definire cosa si debba intendere con il concetto di "triangolo rettangolo". Il triangolo che compone la figura, e a cui è attribuita la proprietà enunciata dal teorema di Pitagora, viene così utilizzato come paradigma, ovvero come termine di paragone con cui confrontiamo altre figure particolari per stabilire se esse siano o meno triangoli rettangoli:

La prova non indaga l'essenza delle figure, ma esprime quello che, d'ora in poi, dovrò considerare come appartenente alla loro essenza. Ciò che appartiene all'essenza lo relego tra i paradigmi del linguaggio. Il matematico produce essenza¹⁶

La prova è il nostro modello di un determinato risultato, che ci serve come termine di paragone (unità di misura) per le variazioni che hanno luogo nella realtà¹⁷

Il teorema non afferma che tutti i triangoli possiedono una certa proprietà, ma attraverso di esso si stabilisce che il possedere quella proprietà – quella esemplificata dalla dimostrazione – diventi un nuovo criterio per stabilire se una figura sia un triangolo rettangolo. La generalità della dimostrazione, quindi, non consiste nella generalizzazione a partire dal caso particolare che viene mostrato, ma nell'applicazione di quel modello come regola per determinare cosa sia e cosa non sia un triangolo rettangolo. La dimostrazione ci offre un nuovo criterio grazie al quale possiamo valutare e decidere se le figure che incontriamo nell'esperienza siano o meno triangoli rettangoli: una volta costruito questo paradigma, diremo che un triangolo è rettangolo se e solo se è inscritto in una semicirconferenza, e non più semplicemente perché il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti, oppure perché possiede un angolo di 90°. Secondo Wittgenstein, dunque, i teoremi matematici non sono proposizioni vere che descrivono una realtà eterea e separata da quella empirica – astratte e universali – ma *proposizioni grammaticali*, cioè espressioni che ri-definiscono, ampliano e istituiscono il significato dei termini che le compongono. Questo significato viene fissato tramite la dimostrazione, che ci fornisce un modello che funge da criterio per stabilire se un certo oggetto possiede o meno una proprietà, offrendoci così una regola di inferenza per "misurare" (determinare) la natura degli oggetti dell'esperienza. Scrive Wittgenstein:

Wittgenstein's Philosophy of Mathematics", in *Philosophia Mathematica*, 2009; P. Frascolla, "Wittgenstein on Mathematical Proof", in *Wittgenstein Today*, Il Poligrafo, 2004;

¹⁶ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, p. 19.

¹⁷ *ivi*, p. 101.

Dalla dimostrazione del caso particolare (comunque fosse intesa) vedo effettivamente tutto quello di cui ho bisogno in logica. Cioè, la dimostrazione consegue la propria generalità non perché sia intesa in un certo modo, ma perché dimostra effettivamente in generale (cioè in maniera universalmente valida). Ossia, qui la generalità consiste nella generalità dell'applicazione. E questa, per così dire, esiste, che lo si voglia o no, semplicemente in virtù della relazione interna tra il caso singolo e il paradigma. - Allora si potrebbe dire che una dimostrazione dimostra tanto universalmente quanto è applicabile. Ossia, dimostra universalmente mediante lo spazio in cui si trova [...]

Non c'è nulla di generale nella dimostrazione. Essa è interamente particolare, ma la sua possibilità di applicazione contiene la generalità/è universale [...]

La possibilità di applicazione si irradia attraverso lo spazio e colpisce il corpo che introduciamo in questo spazio. I raggi luminosi si potrebbero dire universali, perché illuminano qualunque corpo si metta sulla loro strada. Ma dire universale la sorgente luminosa sarebbe assurdo[...] La generalità della dimostrazione è soltanto lo spazio che circonda questa dimostrazione. L'applicazione a un caso particolare è un nuovo corpo in questo spazio¹⁸

La dimostrazione, come immagine particolare, riceve la sua generalità dall'uso che ne facciamo. Essa vale in modo generale nella misura in cui la nuova regola grammaticale può essere agevolmente applicata, ripetutamente e regolarmente, alla realtà. La generalità propria della dimostrazione è dunque una generalità dell'applicazione: è generale in quanto può essere applicata continuamente e diffusamente nella nostra vita quotidiana, poiché facciamo esperienza costante delle condizioni che rendono agevole l'uso di questa regola grammaticale.

Tuttavia, se così stanno le cose, ciò non implica che per fare matematica basti elevare a paradigma un esempio particolare di triangolo. Infatti, se costruiamo un triangolo rettangolo particolare e i quadrati costruiti sui suoi lati, constatando che per essi vale il teorema di Pitagora, ciò non significherebbe aver dimostrato universalmente il teorema. Questo perché l'uso di una tale immagine come paradigma per misurare l'esperienza non sarebbe affatto sufficiente; anzi, in alcuni casi non sapremmo nemmeno come applicare questo paradigma, poiché mancherebbe un metodo di controllo.

Per rispondere a questa obiezione è importante sottolineare che, nella dimostrazione, a fungere da paradigmi non sono semplicemente le immagini particolari. Ciò che conta non è l'immagine particolare in sé, la quale assume valore dimostrativo solo perché costruita secondo una certa regola, bensì la regola stessa in base alla quale una certa immagine particolare è stata costruita. In una dimostrazione dunque, varie immagini-regole vengono messe in connessione tra loro attraverso operazioni, rappresen-

¹⁸ L. Wittgenstein, *The Big Typescript*, Einaudi, Torino, 2002, pp. 761-763.

tate anch'esse da regole, al fine di mettere in luce relazioni strutturali tra le forme (ovvero tra le regole), e non relazioni empiriche e accidentali. Non è dunque l'immagine particolare del triangolo a fungere da paradigma, ma la regola a partire dalle quali tale immagine particolare è stata costruita; analogamente, nell'immagine della dimostrazione non viene esibita un'operazione particolare, poiché quest'ultima funge piuttosto da paradigma del *tipo* di operazione¹⁹ (della regola, della procedura) che connette le strutture costitutive della prova:

Il fatto è che non si tratta dei segni di matita sulla carta [...] poiché il disegno costituisce un simbolismo, vale a dire che noi operiamo in base a certe regole con le linee e i punti tracciati con la matita, e l'essenziale consiste nelle regole e non nelle linee. Si potrebbe anche dire che le linee in questo caso non sono intese come linee, come pezzo di realtà, ma come una figura del gioco che sottostà a certe regole da noi stabilite. La dimostrazione quindi non tratta della figura disegnata. [...] Delle due l'una: o con l'esempio intendo l'esempio e nient'altro oppure vedo (proietto) la generalità già nell'esempio che è allora espressione della generalità. Questo è il nostro caso perché la generalità sta nelle regole stabilite prima dell'inizio del gioco, prima cioè che si dimostri qualcosa, e in queste regole i punti, le rette ecc. figurano come variabili²⁰

In sintesi, la dimostrazione è l'immagine paradigmatica di un'operazione che mostra una connessione formale tra due strutture o configurazioni, e ciò che viene messo in relazione non è tanto l'immagine particolare (il triangolo) con altre figure (come i quadrati costruiti sui lati), ma le regole per la costruzione di queste immagini e per l'istituzione delle loro connessioni reciproche:

La prova fa sì che da una struttura ne sorga un'altra. Esibisce il sorgere di una struttura dall'altra.²¹

Un gruppo di regole (configurazioni) ha relazioni interne analoghe all'altro gruppo di regole (configurazioni). La dimostrazione mostra questo e nient'altro²²

La relazione interna è l'operazione che produce una struttura dall'altra, considerata equivalente all'immagine di questo stesso passaggio – così che il passaggio conforme a questa successione di immagini è, *eo ipso*, un passaggio conforme a quelle regole di operazione²³

¹⁹ Nel suo articolo (Stilwell, 1992), Stilwell difende la tesi secondo cui che a giudizio di Wittgenstein una dimostrazione matematica è l'esibizione di una *type-construction*.

²⁰ L. Wittgenstein, *Colloqui al "Circolo di Vienna"*, Mimesis, Milano – Udine, 2011, pp. 193-194.

²¹ Ivi p. 104.

²² L. Wittgenstein, *Colloqui al "Circolo di Vienna"*, p. 136.

²³ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, p. 256.

Ciò che conferisce al teorema la sua universalità e necessità non risiede nel fatto che la dimostrazione riguardi figure particolari, ma nel fatto che essa esemplifica regole di costruzione di immagini e di operazioni (universalità) che siamo noi stessi a stabilire e adottare (necessità).

3. Idea e segno linguistico: genealogia delle forme pure

Ho illustrato dunque in che modo Wittgenstein sfugga al problema dell'universalità della dimostrazione: cessando di concepire la dimostrazione come un esperimento, riconoscendola invece come un modello da applicare generalmente, e considerando il teorema non come una proposizione vera in senso assoluto, ma come una regola da applicare universalmente, la generalità della dimostrazione si rivela essere una generalità di tipo applicativo. Un teorema è generale perché viene applicato generalmente, in modo continuo.

Alla luce di queste considerazioni, il mio intento finale sarà quello di chiarire quali critiche Wittgenstein muove direttamente nei suoi testi contro la concezione platonica in quanto tale. Cercherò cioè di mettere in discussione l'idea che esistano forme pure su cui tutto il nostro linguaggio è modellato, mostrando qual è la genesi di quest'idea e in che modo essa possa perdere la sua apparente plausibilità. Per farlo, sarà necessario spiegare in che senso, per Wittgenstein, le forme pure non siano altro che distillati di grammatica, il frutto di una fede superstiziosa nell'esistenza di un corpo di significato nascosto dietro ai nostri concetti e che giustificherebbe le nostre dimostrazioni. Le forme pure sono, secondo Wittgenstein, un miraggio grammaticale, un ologramma concettuale creato dalla confusione derivante dalla scarsa chiarezza del nostro linguaggio:

In actual fact the philosopher wishes to do something similar: he wishes to get behind grammar, to arrive as it were at the proto-meaning, the idea, that stands \hovers\ behind it all. The idea is nothing other than the meaning-body from which the rules of grammar are supposed to flow.²⁴

Per comprendere che tipo di miraggio siano le forme pure, è necessario analizzarne la genesi. Secondo Wittgenstein, ciò che ci spinge a sentire l'esigenza di postulare l'esistenza di Idee in senso platonico ha essenzialmente tre fonti, tra loro strettamente interconnesse. La prima, risiede nell'uso di una forma primitiva di descrizione della grammatica del nostro linguaggio, che ci induce a concepire le proprietà come ele-

²⁴ L. Wittgenstein, F. Waisman, *The Voices of Wittgenstein. The Vienna Circle*, Routledge, 2003, p. 483.

menti (ingredienti) costitutivi delle cose. Questo modo di rappresentare le proprietà apre la strada alla possibilità di immaginarle nella loro forma pura, distillata e separata dalla mescolanza concreta delle cose. Non a caso, proprio in questo contesto Wittgenstein cita esplicitamente Platone:

Noi propendiamo a pensare che debba esserci qualcosa di comune a tutti i giochi, ad esempio, e che questa proprietà comune giustifichi l'applicazione del termine generale "gioco" a tutti i giochi [...] L'idea d'un concetto generale che sia una proprietà comune ai suoi casi particolari è connessa con altre idee (primitive e semplicistiche) sulla struttura del linguaggio. Essa si può paragonare all'idea che le proprietà siano ingredienti delle cose che hanno quelle proprietà: ad esempio, che la bellezza sia un ingrediente di tutte le cose belle come l'alcool lo è della birra o del vino, e che, quindi, sia possibile avere la bellezza allo statu puro, non adulterata da qualcosa di bello²⁵

Cacciata della morte o uccisione della morte; ma d'altra parte viene raffigurata come uno scheletro, dunque in un certo senso come se essa stessa fosse morta. "As dead as death". "Nulla è così morto come la morte; nulla è così bello come la bellezza stessa!". L'immagine con la quale qui ci si fa un'idea della realtà, per cui la bellezza, la morte ecc. sono le sostanze pure (concentrate), essendo presenti in un oggetto bello come se fosse una mistura. - E qui non riconosco forse le mie riflessioni su "oggetto" e "complesso"? (Platone)²⁶

In secondo luogo, l'idea di una forma pura, che le forme particolari devono o possono imitare, e a cui tendono a coincidere, deriva dalla nostra tendenza ad auto-predicare il paradigma di un certo concetto con la proprietà (predicato) che esso stesso definisce. A differenza di quanto sostenuto nel *Tractatus* infatti, in cui Wittgenstein radicava la significatività del linguaggio negli oggetti – della cui esistenza necessaria bisognava convincersi sulla base di ragioni puramente logiche, senza preoccuparsi dell'impossibilità di individuarne concretamente delle esemplificazioni –, a partire dalla cosiddetta "seconda fase" del suo pensiero, Wittgenstein pone la significatività del linguaggio in un sistema di esempi, campioni o paradigmi *concreti*, tratti dall'esperienza quotidiana²⁷, e non appunto entità simil-platoniche pure e inaccessibili. Proprio *questi particolari* sono impiegati come paradigmi, e la loro generalità risiede nel fatto di essersi rivelati utili ed efficaci nella quotidiana prassi di descrizione del mondo. Ora, se un paradigma definisce il significato di un concetto, ne consegue che è logicamente esclusa la possibilità di applicare, a fini descrittivi, quel concetto al paradigma che

²⁵ L. Wittgenstein, *Libro blu e Libro marrone*, Einaudi, Torino, 2000, p. 26.

²⁶ L. Wittgenstein, *The Big Typescript*, p. 431.

²⁷ Cfr. L. Wittgenstein, *Ricerche filosofiche*, Einaudi, Torino, §§57-59;

lo definisce, ovvero auto-predicarlo. Attribuire al paradigma la proprietà che esso stesso deve definire conduce a un giudizio tautologico, che si limita ad affermare che una cosa è identica a sé stessa. Un esempio emblematico di questo argomento riguarda il metro campione di Parigi. Nelle *Ricerche filosofiche*, Wittgenstein sostiene che non ha senso affermare che il metro campione a Parigi è lungo un metro, perché ciò equivale semplicemente a dire che l'unità di misura della lunghezza è lunga quanto sé stessa. Ma la cosa più importante è che auto-predicando il paradigma della proprietà che esso stesso definisce, si genera uno scarto tra la forma particolare, che funge da soggetto del giudizio, e la forma universale, intesa come predicato, che però è a sua volta definita unicamente dall'uso paradigmatico di una certa figura particolare (il campione paradigmatico)²⁸. In questo modo, si tende a considerare la figura particolare che compone la dimostrazione – e che svolge il ruolo di paradigma – come mera *portatrice* delle proprietà pure evidenziate dalla dimostrazione, la quale conseguentemente sembra vertere sulle forme pure. Di conseguenza, si è indotti a credere che la figura nella dimostrazione – che possiede una certa forma anziché essere la figura che definisce quella forma –, sia semplicemente un'istanza particolare della forma in sé, riconfermando così lo scarto tra la forma possibile pura e la forma reale possibile:

Quando si dice: “Questa forma consiste di queste altre forme” si pensa alla forma come a un sottile disegno, a una sottile intelaiatura che ha questa forma, e sulla quale vengono, per così dire, modellate le cose che hanno questa forma. (Confronta: la concezione platonica delle proprietà come ingredienti di una cosa). “Questa forma consiste di queste forme. Mi hai mostrato una proprietà essenziale di questa forma”. – Mi hai mostrato una nuova immagine. È come se Dio l'avesse costruita così. – Qui dunque ci serviamo di una similitudine. La forma diventa un'entità eterea che ha questa forma: è come se fosse stata fatta così una volta per tutte (da colui che ha messo nelle cose le proprietà essenziali). Perché, se la forma diventa una cosa che consta di parti, allora l'artefice della forma è colui che ha anche fatto luce e oscurità, colore e durezza, eccetera. (Immagina che qualcuno ti chieda: la forma ... è costituita di queste parti. Chi l'ha fatta? Tu?) [...] E voglio dire: quando si usa l'espressione: “La prova mi ha insegnato – mi ha convinto – che le cose stanno così”, si rimane ancor sempre in una metafora²⁹

²⁸ cfr. L. Wittgenstein, *Causa ed effetto*, Einaudi, 2006, pp. 47-51; in questi appunti delle lezioni di Wittgenstein annotati da Rush Rees, Wittgenstein sostiene esplicitamente che, in questa situazione, un certo campione viene impiegato sia come paradigma per definire un concetto, sia come oggetto di predicazione del concetto appena definito.

²⁹ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, pp. 31-32.

Abbagliati da questo modo di pensare, la dimostrazione finisce per configurarsi come un esperimento che mette in luce le proprietà essenziali delle forme pure tramite forme particolari che le istanziano. Ma alla base di questa tentazione vi è la dimenticanza che sono le forme particolari a costituire i paradigmi attraverso cui “abbiamo accesso” alle forme pure. Non esiste infatti altro modo per indicare le presunte forme pure se non appellandosi a figure particolari:

Se la configurazione del gruppo era la stessa, allora non può non avere gli stessi aspetti, le stesse possibilità di divisione. Se ne ha altri, allora non è la medesima configurazione; forse allora ha fatto, in qualche modo, la medesima impressione su di te; ma è la medesima configurazione solo se puoi dividerla nel medesimo modo”. È come se questo esprimesse l'essenza della configurazione³⁰

Ed è proprio a questo punto che Wittgenstein propone una soluzione:

Così, quando dico: “È come se questa proposizione esprimesse l'essenza della configurazione” – intendo: è come se questa proposizione esprimesse una proprietà dell'entità configurazione. E si può dire: “L'entità, di cui la proposizione asserisce una proprietà, e che qui chiamiamo l'entità ‘configurazione’ è l'immagine che non posso fare a meno di formarmi dinanzi alla parola ‘configurazione’³¹

Dire che l'entità di cui la proposizione asserisce una proprietà altro non è che “l'immagine che non posso fare a meno di formarmi dinanzi alla parola” significa innanzitutto sottolineare che non esiste una configurazione generale accessibile in sé, ma solo una molteplice ripetizione di configurazioni particolari, tra loro identiche. Non c'è quindi motivo di ipostatizzare un ologramma di una forma pura dietro l'idea di triangolo, poiché il concetto di triangolo è definito a partire dai triangoli particolari.

In secondo luogo, con quest'osservazione Wittgenstein indica che il segno linguistico gioca un ruolo cruciale nella genesi dell'idea dogmatica del significato. Emerge così la terza fonte da cui origina l'idea delle forme pure. Wittgenstein ci invita infatti a riconoscere che la forma pura altro non è che il riflesso della generalità insita nel concetto stesso, inteso come segno linguistico. Questa generalità – che è una generalità dell'applicazione, che dipende cioè da quanto generalmente il concetto risulta applicabile – viene reificata nell'immagine di un oggetto puro, una forma pura, a cui sembra che le cose tendano ad assomigliare. Wittgenstein

³⁰ *Ibid.*

³¹ *Ibid.*

spiega questo aspetto molto chiaramente in un paragrafo delle *Ricerche filosofiche*:

Se mi mostrano differenti foglie e mi dicono: “Questo si chiama ‘foglia’”, io acquisisco, nella mia mente, un concetto della forma di foglia, un’immagine di essa. – Ma allora, che aspetto ha l’immagine di una foglia che non mostri una forma determinata ma ‘ciò che è comune a tutte le forme di foglia’? Che tonalità cromatica ha ‘il campione di colore conservato nella mia mente’ del colore verde? – Il campione di ciò che è comune a tutte le tonalità di verde? “Ma non potrebbe esserci un simile campione ‘generale’? Per esempio, uno schema di foglia o un campione di verde puro?” – Certo! Ma che questo schema venga inteso come schema e non come la forma di una determinata foglia, e che una tavoletta di verde puro venga intesa come campione di tutto ciò che è verde e non come campione del verde puro – ciò risiede a sua volta nel modo di applicazione di questo campione³²

Un simile campione generale e puro della foglia non può esistere, né vi è bisogno di appellarsi ad esso per giustificare la generalità delle nostre asserzioni. Questa generalità, infatti, deriva dall’impiego continuo di un esempio come paradigma di un concetto. È proprio l’uso prolungato, nel tempo e nello spazio, di tale paradigma a conferire generalità al concetto. L’Idea della forma pura altro non è che la ipostatizzazione di questa generalità nell’immagine di una forma pura distinta dalle forme reali. Una reificazione che si realizza in virtù della convinzione che la forma di una certa figura geometrica sia qualcosa di distinguibile e *separabile* da una delle tante figure geometriche di quella forma. Questo apparente iato tra forma pura e forma particolare è in realtà un miraggio grammaticale che nasce dal fatto che, nel nostro linguaggio, oltre alle figure geometriche particolari che incarnano una certa forma e che possono essere usate come esempi paradigmatici per rappresentarla, *possediamo anche un segno linguistico che svolge lo stesso ruolo paradigmatico*. Possediamo cioè un paradigma linguistico (un concetto) che si riferisce simbolicamente, anziché in modo iconico-esemplificativo, alle figure particolari che possiedono una certa forma. In questo modo, a causa dell’assenza di un’esemplificazione reale del concetto, si genera l’apparente esigenza di giustificare la generalità del segno linguistico attraverso il riferimento a un oggetto puro e generale in sé. Prendiamo il caso della foglia: la parola “foglia” non è certo una foglia particolare, eppure essa possiede una generalità applicativa. Con la parola “foglia” possiamo infatti riferir-

³² L. Wittgenstein, *Ricerche filosofiche*, pp. 43-44.

ci a tutte le foglie, non perché essa sia il nome di una forma pura, ma perché viene generalmente e abitualmente utilizzata per indicare ciò che comunemente chiamiamo “foglia”. Parlare della forma pura della foglia significa reificare questa generalità del segno linguistico nell’immagine di un’oggetto puro a cui la parola “foglia” dovrebbe riferirsi, indotti dal desiderio di colmare l’assenza di un riferimento immediato del segno linguistico alla forma esperita che esso simboleggia. Wittgenstein commenta infatti così l’ipotesi platonista secondo cui la dimostrazione mette in connessione le forme stesse:

Direi che nella prova non si fanno semplicemente corrispondere queste figure individuali, ma le stesse forme: ma certo questo vuol dire soltanto che le forme in parola mi sono rimaste bene impresse, e mi sono rimaste impresse come paradigmi³³

È infatti proprio puntando il dito sulla connessione tra paradigmi e nomi, e dunque sul conseguente trasferimento della funzione paradigmatica dai campioni ai segni linguistici, che Wittgenstein scorge l’origine delle forme pure:

Di dove proviene la sensazione che “Il bianco è più chiaro del nero” asserisca qualcosa sull’essenza di questi due colori? Ma la domanda è formulata in modo veramente corretto? Perché, che cosa intendiamo con l’essenza del bianco e del nero? Forse pensiamo all’interno, alla costituzione, ma certamente una cosa del genere non dà senso, qui. Per esempio, diciamo che: “È proprio del bianco l’esser più chiaro...”. Non accade piuttosto che l’immagine di una macchia nera e di una bianca



ci servono come paradigma di ciò che intendiamo con “più chiaro” e “più scuro” e, contemporaneamente, come paradigma di “bianco” e di “nero”? Ora, in tanto l’essere scuro ‘è proprio del’ nero, in quanto, entrambi, sono rappresentati da questa macchia. È scuro per il fatto che è nero. – Ma, per dirla più correttamente: si chiama “nero”, e perciò, nel nostro linguaggio, anche “scuro”. La connessione in parola – che è una connessione tra paradigmi e nomi – viene stabilita nel nostro linguaggio. E la nostra proposizione è atemporale perché asserisce soltanto la connessione tra le parole “bianco”, “nero”, “più chiaro” e un paradigma³⁴

³³ L. Wittgenstein, *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica*, p. 23.

³⁴ ivi. pp. 42-43.

Riconoscendo questo processo di trasferimento e traduzione della funzione paradigmatica dal campione al segno linguistico, Wittgenstein riesce a neutralizzare la tentazione del filosofo platonico di rivendicare almeno il diritto di puntare il dito verso le forme pure.

Alla luce del percorso che ho cercato di delineare, dovrebbe essere chiaro a questo punto in che senso la filosofia della matematica di Wittgenstein e la sua analisi del problema dell'universalità della dimostrazione possano offrire un percorso teoretico che consente di formulare critiche radicali all'idea che sta a fondamento del platonismo: l'esistenza di forme pure poste a garanzia e fondamento della validità delle nostre dimostrazioni. La cosiddetta "realtà matematica" non va cercata in un dominio ontologico separato, ma nell'intreccio tra regole grammaticali, pratiche dimostrative e uso paradigmatico delle figure particolari. L'introduzione di un segno linguistico generale che viene elevato a rango di paradigma per una certa forma empirica, a causa dell'assenza di una relazione iconica con le figure particolari che esso rappresenta, genera uno stacco grammaticale illusorio che ci induce a credere *nella separabilità ontologica tra le figure particolari che possiedono una certa forma e la forma di quelle figure particolari*. È precisamente nel tentativo di colmare questo scarto che si origina l'immagine platonica di un dominio ideale, al tempo stesso rassicurante e normativo, che si pretende preceda e fondi le nostre pratiche: un'immagine potente, ma che, secondo Wittgenstein, nasce da un fraintendimento. Nello iato così costituito, in questa fessura aperta da tale inghippo grammaticale, si apre lo spazio per la proiezione olografica della pura forma. Per colmare l'assenza di un riferimento diretto alle forme esperienziali, la forma delle figure viene pensata nella sua purezza e su di essa viene proiettata la generalità applicativa del segno linguistico. Il platonismo, in questa prospettiva, appare come una costruzione concettuale derivata, un effetto retrospettivo prodotto dall'intersezione tra le nostre pratiche linguistiche e operative, più che la scoperta di una realtà ontologica autonoma. Questa è la genesi dell'idea – o meglio, del miraggio – di un *eidos* matematico che funge da correlato puro dei nostri concetti generali e che dovrebbe costituire il fondamento tanto della grammatica quanto dell'essere. In questo senso, le analisi di Wittgenstein forniscono strumenti concettuali per una vera e propria "decostruzione" del platonismo matematico: esse non confutano il platonismo sul piano teorico, ma ne mostrano le radici linguistiche e grammaticali, dissolvendone l'apparente necessità.

Bibliografia

- Floyd J., *Wittgenstein's philosophy of mathematics*, Cambridge University Press, 2021;
- Frascolla P., *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Routledge, 1994;
- Frascolla P., "Wittgenstein on Mathematical Proof", in *Wittgenstein Today*, Il Poligrafo, 2004;
- Hardy G.H., *Mathematical Proof*, in *Mind*, New Series, 1929;
- Hardy G. H., *Apologia di un matematico*, Garzanti, 2002;
- Hellman G., Shapiro S., *Mathematical Structuralism*, Cambridge University Press, 2018;
- Landry E., *Plato Was Not a Mathematical Platonist*, Cambridge University Press, 2023;
- Linnebo Ø., *Platonism in the Philosophy of Mathematics*, in: Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2024;
- Panza M., Sereni A., *Plato's Problem: An Introduction to Mathematical Platonism*, Palgrave Macmillan, 2013;
- Platone, *Tutti gli scritti*, Fedone, Bompiani, 2018;
- Plebani M., *Reconsidering Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, Tesi di dottorato, Università Ca' Foscari di Venezia, <https://iris.unive.it/retrieve/68c05019-34db-4663-b161-42f1954a4164/IOSONOLATESI.pdf>, 2010;
- Schroeder S., *Wittgenstein on Mathematics*, Routledge, 2021;
- Shanker S., *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press, 1987;
- Shapiro S., *Thinking About Mathematics*, Oxford University Press, 2000;
- Spinicci P., *Lezioni sulle Ricerche filosofiche di Wittgenstein*, CUEM, Milano, 2012;
- Steiner M., "Empirical Regularities in Wittgenstein's Philosophy of Mathematics", in *Philosophia Mathematica*, 2009;
- Stillwell S., "Empirical Inquiry and Proof", in *Proof and Knowledge in Mathematics*, Routledge, 1992;
- Wittgenstein L., *Osservazioni filosofiche*, Einaudi, Torino, 1976;
- Wittgenstein L., *Osservazioni sopra i fondamenti della matematica* (1956), Einaudi, Torino, 1988;
- Wittgenstein L., *Libro blu e Libro marrone*, Einaudi, Torino, 2000;
- Wittgenstein L., *Wittgenstein's Lectures. Cambridge, 1932-1935*, edited by Alice Ambrose, Prometheus Books, 2001;
- Wittgenstein L., *Lezioni sopra i fondamenti della matematica*, a cura di Cora Diamond, Bollati Boringhieri, Torino, 2002;
- Wittgenstein L., *The Big Typescript*, Einaudi, Torino, 2002;
- Wittgenstein L., Waisman F., *The Voices of Wittgenstein. The Vienna Circle*, Routledge, 2003;
- Wittgenstein L., *Causa ed effetto*, Einaudi, 2006;
- Wittgenstein L., *Ricerche filosofiche*, Einaudi, Torino, 2009;
- Wittgenstein L., *Colloqui al "Circolo di Vienna"*, Mimesis, Milano – Udine, 2011;

Idee per una decostruzione del platonismo matematico a partire da Wittgenstein

L'intento del contributo è estrapolare dalle osservazioni di Wittgenstein sui fondamenti della matematica una critica decostruttiva al platonismo matematico. Secondo la concezione platonista, la matematica si occupa di oggetti astratti esistenti indipendentemente dalle cose empiriche e dalla nostra conoscenza, e le dimostrazioni servono a rivelarne le proprietà essenziali. Wittgenstein contesta questa lettura: le dimostrazioni non scoprono essenze eteree, ma stabiliscono regole e paradigmi per l'uso dei concetti nelle pratiche della vita. L'idea di forme pure o oggetti astratti nasce dall'ipostatizzazione della generalità dei paradigmi linguistici e delle dimostrazioni. La generalità e la necessità della matematica risiedono nell'applicazione dei paradigmi e nelle regole operative, non in un dominio ontologico separato. Si mostrerà così che la "realtà matematica" emerge dall'interazione tra linguaggio, pratica dimostrativa e modellizzazione paradigmatica, e che il platonismo è, in definitiva, un miraggio concettuale.

PAROLE CHIAVE: Wittgenstein, Matematica, Platonismo, Dimostrazione, Decostruzione.

Ideas for a Deconstruction of Mathematical Platonism through Wittgenstein

The aim of this contribution is to extract from Wittgenstein's remarks on the foundations of mathematics a deconstructive critique of mathematical Platonism. According to the Platonist conception, mathematics is concerned with abstract objects that exist independently of empirical things and of our knowledge, and proofs serve to reveal their essential properties. Wittgenstein challenges this reading: proofs do not uncover ethereal essences, but establish rules and paradigms for the use of concepts within the practices of life. The idea of pure forms or abstract objects arises from the hypostatisation of the generality of linguistic paradigms and demonstrations. The generality and necessity of mathematics reside in the application of paradigms and in operative rules, rather than in a separate ontological domain. It is thus shown that "mathematical reality" emerges from the interaction between language, demonstrative practice, and paradigmatic modelling, and that Platonism is, ultimately, a conceptual mirage.

KEYWORDS: Wittgenstein, Mathematics, Platonism, Demonstration, Deconstruction.