

Sofia Cattani

La bellezza delle dimostrazioni matematiche nella filosofia critica di Kant

Il problema della bellezza della matematica non riceve mai una trattazione sistematica all'interno del corpus kantiano e manca non solo di coerenza tra il periodo precritico¹ e quello critico, ma anche di continuità all'interno della *Critica della facoltà di Giudizio*. In quest'opera Kant accenna più volte alla questione con osservazioni marginali, finché non affida al §62 l'esposizione più ampia e coesa, la cui conclusione tuttavia scioglie il problema in modo solo apparente, lasciandolo piuttosto oscuro.

La Grande Teoria², radicata nelle filosofie pitagorica e platonica, considerava la bellezza come una proprietà dell'oggetto, fenomenologicamente riscontrabile nell'*ἀρμονία* e nella *συμμετρία* della disposizione delle sue parti, precisamente misurabili e, dunque, numerabili. Kant vi oppone invece una riflessione che fonda nel sentimento del soggetto, come effetto

¹ Per i testi di Kant si cita secondo la paginazione dell'*Akademie-Ausgabe* [AA]: *Kants gesammelte Schriften*, hrsg. von der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, de Gruyter, Berlin 1900–. Numerosi sono i riferimenti di Kant alla bellezza o alla perfezione della matematica, della logica o più in generale della scienza e della conoscenza scientifica nelle *Vorlesungen über Logik*. Scrive ad esempio nella *Logik Blomberg*: “es giebt wirklich ganz und gar keine Wissenschaft des Schönen eigentlich, sonderen was wir je vom Schönen wissen, das ist nichts als eine Critica” (AA 24:51). Sempre nello stesso testo: “Von einer schönen Erkenntniß aber läßt sich eigentlich gar kein Urtheil machen [...] Die Frantzosen beobachten mehrentheils nur die Aesthetische Vollkommenheit. Wenn sie Gründe von etwas untersuchen, und von einer Sache deutliche Begriffe haben wollen, so laßen sie sich in das schöne, rührende, und gefallende ein, und dadurch thuen sie der Logischen Vollkommenheit großen Schaden” (AA 24:51-52). Un più specifico riferimento alla matematica è invece: “Die Praecision ist also nichts anders als eine Regel der Sparsamkeit, die eben daher auch eine gewisse innere Schönheit hat: Sie ist besonders in der Mathematic, in der Geometrie, und in der Mechanic anzutreffen” (AA 24:140).

² W. Tatarkiewicz, *Storia di sei idee*, a cura di L. Russo, tr. it. O. Burba e K. Jaworska, Aesthetica, Palermo 1997, pp. 134-162.

del libero gioco delle sue facoltà conoscitive, la possibilità di predicare il bello “come se” fosse una proprietà dell’oggetto.

Ai filosofi che vedono nelle forme geometriche e nei numeri un paradigma di bellezza, Kant non può quindi che obiettare come questo non possa essere un “giudicare estetico”, non trattandosi di un giudizio soggettivo né senza concetto, ma affermando però che, al più, “si potrebbe chiamare bella una dimostrazione di tali proprietà”:

Si è soliti chiamare bellezza le proprietà ricordate, tanto delle forme geometriche quanto dei numeri, a causa di una certa loro conformità a scopi a priori, rispetto a ogni sorta di usi conoscitivi, che è inaspettata dal punto di vista della semplicità della loro costruzione; e si parla per esempio di questa o quella bella proprietà del cerchio che sarebbe stata scoperta in questo o quel modo. Solo che non è un giudicare estetico, non un giudicare senza concetto, che ci faccia notare una semplice conformità a scopi soggettiva nel libero gioco delle nostre facoltà conoscitive, quello con cui noi la troviamo conforme a scopi, ma è un giudicare intellettuale secondo concetti, che ci fa conoscere distintamente una conformità oggettiva a scopi, vale a dire un’idoneità per ogni sorta di scopi (molteplici all’infinito). Si dovrebbe chiamarla piuttosto una perfezione relativa della figura matematica, che una sua bellezza. [...] Semmai si potrebbe chiamare bella una dimostrazione di tali proprietà, dal momento che mediante essa l’intelletto, in quanto facoltà dei concetti, e l’immaginazione, in quanto facoltà della loro esibizione, si sentono a priori fortificati (il che, insieme alla precisione che la ragione introduce, vien detto eleganza della dimostrazione), in quanto in questo caso il compiacimento, sebbene il suo fondamento stia in concetti, almeno è soggettivo, mentre la perfezione comporta un compiacimento oggettivo.³

Forme geometriche e numeri certamente producono un piacere, ma questo non si può ascrivere all’armonia nell’accordo delle facoltà conoscitive nel loro libero gioco, quanto piuttosto all’ammirazione (*Bewunderung*) che procura la loro conformità a molteplici scopi possibili. Il concetto, cioè non esiste in virtù di un unico scopo e il reciproco legame tra i diversi concetti della matematica costruiti a priori, si prestano alla soluzione di più problemi⁴. Il piacere che ne risulta è quindi più affine alla perfezione. Che gli enti matematici⁵ non si possano considerare belli è affermato con coerenza da parte di Kant nel corso di tutta l’opera:

³ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, a cura di E. Garroni, H. Hohenegger, Einaudi, Torino 2011, pp. 199-200.

⁴ M. L. Bianchi, *Commento alla “Critica della facoltà di giudizio” di Kant*, Firenze, Le Monnier 2005, p. 157

⁵ Poiché Kant nel §62 si riferisce a figure geometriche e numeri in modo alterno, da qui in poi con “enti matematici” si indicheranno entrambi.

Le figure geometricamente regolari, un cerchio, un quadrato, un cubo, e così via, sono comunemente citate dai critici del gusto come i più semplici e indubbi esempi della bellezza; e tuttavia esse sono dette appunto regolari proprio perché non si può rappresentarle altrimenti che considerandole semplici esibizioni di un concetto determinato, che prescrive a quella figura la regola (secondo la quale, soltanto, essa è possibile). [...] si tratta semplicemente dell'approvazione che si dà alla soluzione soddisfacente di un compito, e non di un intrattenimento delle facoltà dell'animo, libero e conforme a scopi in modo indeterminato⁶

Per quanto riguarda le dimostrazioni invece, Kant non spiega mai esattamente in che modo una dimostrazione possa essere bella e la conclusione del §62 rimane un *unicum* nella trattazione della questione nel periodo critico. Ciononostante, si tenterà qui di gettare luce su questa enigmatica affermazione di Kant, contestualizzandola all'interno della *Critica della facoltà di giudizio* e sulla base della considerazione della matematica che emerge nella *Critica della ragion pura*.

Per comprendere se e in che modo le dimostrazioni possano essere considerate belle (sempre nella prospettiva kantiana del “come se”), occorre innanzitutto andare alle radici della curiosa distinzione introdotta da Kant tra gli enti matematici e le dimostrazioni matematiche. I primi non si possono rappresentare se non considerandoli come “semplici esibizioni di un concetto determinato, che prescrive [...] la regola”, escludendo quindi un fondamento nel soggetto. Nelle dimostrazioni matematiche, invece, in modo analogo al *libero gioco*, “l'intelletto, in quanto facoltà dei concetti, e l'immaginazione, in quanto facoltà della loro esibizione, si sentono a priori fortificati”, rendendo possibile quel “compiacimento soggettivo” proprio dell'esperienza estetica.

1. Gli enti matematici e la *Steif-Regelmäßigkeit* degli schemi

Come già esposto, è chiaro per Kant, ed è ribadito più volte nel corso della *Critica*, che non si possano rappresentare gli enti matematici se non considerandoli come semplici esibizioni di un concetto determinato che ne prescrive la regola. Ciò che risulta meno immediato capire è perché.

Dalla discussione sui quattro momenti del giudizio di gusto nell'*Analitica del bello*, emerge come il *Bestimmungsgrund* di questo singolare tipo di giudizio debba essere “senza concetto”⁷ e la sua *Zweckmäßigkeit*

⁶ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., pp. 77-78.

⁷ Ivi, p. 55.

debba essere *ohne Zweck*, e nel §62 è affermato chiaramente che agli enti matematici pertiene “un giudicare intellettuale secondo concetti, che ci fa conoscere distintamente una conformità oggettiva a scopi”: quanto di più lontano possa esserci da un giudizio estetico.

Kant però non dà mai una definizione di un oggetto bello né delinea in alcun modo una “classe degli oggetti belli”⁸, così che la distinzione tra bellezza aderente e bellezza libera posta nel §16 non si configura come una distinzione ontologica, ma riguarda piuttosto la prospettiva che si assume nella considerazione della rappresentazione. E in realtà, già nel §1, Kant sembra ridimensionare l'importanza della natura della rappresentazione, che appare secondaria, se non irrilevante, rispetto alla disposizione del soggetto, per determinare se un giudizio sia estetico o meno:

Rappresentazioni date, in un giudizio, possono essere empiriche (e perciò estetiche), eppure il giudizio che vien dato mediante esse è logico, se solo, nel giudizio, le rappresentazioni siano riferite all'oggetto. Viceversa però, se le rappresentazioni date fossero addirittura razionali, ma venissero tuttavia riferite in un giudizio esclusivamente al soggetto (al suo sentimento), allora esse sarebbero in tal caso sempre estetiche.⁹

Dunque persino sulle rappresentazioni razionali si potrebbe dare un giudizio estetico, se il compiacimento fosse riferito al soggetto.

Se quindi ai fini di questo tipo di giudizio, le loro proprietà in quanto rappresentazioni oggetto di giudizio non sono rilevanti, l'affermazione kantiana per cui gli enti matematici non possano che essere considerati secondo un concetto, stona, al punto che anche Scaravelli si trova ad ammettere che non vi è ragione teoretica o speculativa che porti a escludere una contemplazione delle rappresentazioni degli enti matematici¹⁰, poiché per giudicare della bellezza di una rappresentazione sarebbe sufficiente riferire “la rappresentazione non all'oggetto [...] ma al soggetto e al suo sentimento del piacere o del dispiacere”¹¹.

Nella *Critica della ragion pura* Kant afferma che i giudizi della matematica sono tutti sintetici e a priori¹², ovvero sono estensivi per la nostra conoscenza, ma in modo assolutamente indipendente da ogni esperienza¹³.

⁸ Ivi, p. LII.

⁹ Ivi, p. 40.

¹⁰ L. Scaravelli, *Scritti kantiani*, La nuova Italia, Firenze 1968, p. 516.

¹¹ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 39.

¹² I. Kant, *Kritik der reinen Vernunft*, in *Gesammelte Schriften*, cit., Bd. III–IV, B15–B16; trad. it. *Critica della ragion pura*, a cura di C. Esposito, Bompiani, Milano 2004. Le sigle A e B rinviano rispettivamente alla prima edizione (1781) e alla seconda edizione (1787) dell'opera.

¹³ Ivi, B3.

Perché questo sia possibile, gli oggetti della matematica devono poter essere presentati nell'intuizione pura a priori¹⁴ e non derivandoli dall'esperienza. E infatti, i concetti della matematica sono *costruiti*, ovvero, è esposta a priori l'intuizione corrispondente al concetto¹⁵, operazione per cui “è necessaria un'intuizione non empirica”¹⁶ come “oggetto singolo”, che esprima però “nella rappresentazione una validità universale per tutte le intuizioni possibili che rientrano sotto lo stesso concetto”¹⁷.

Il matematico infatti non osserva, ad esempio, un triangolo già dato per apprenderne le proprietà, ma lo *produce*¹⁸ secondo ciò che lui stesso ha pensato e vi ha rappresentato a priori in conformità al suo concetto. Questo *Übersetzungsprozess*¹⁹, per cui la singola intuizione individuale rappresenta un concetto che ha validità universale, è reso possibile dall'identica operazione (*Handlung*) della costruzione che vi si trova alla base, dettata dalla “regola della sintesi della facoltà di immaginazione”²⁰, ovvero dallo schema, che è generale, in quanto “rappresentazione di un metodo”²¹. Lo schema fornisce unicamente le determinazioni che sono comuni a tutti i triangoli, poi rappresentabili concretamente, anche in un'intuizione empirica, e quindi fonda la possibilità di ogni determinazione empirica.

Costruire un concetto significa dunque produrne lo schema come descrizione, che deve valere per tutte le intuizioni possibili che appartengono a quel concetto e lo esibiscono²². Lo schema del triangolo è una composizione di tre linee tali che la somma di due, comunque presi, sia maggiore del terzo, e la lunghezza dei singoli lati è indifferente. Similmente, la regola della costruzione di un qualunque numero n , sarà sempre “l'addizione successiva di uno a uno”²³ ripetuta n volte, indipendentemente da quale sia il valore di n , e così la somma “ $5+2$ ” non è altro che la ripetizione dell'addizione di un'unità sette volte. Seguendo tali regole di costruzione si possono poi produrre infinite immagini, rappresentazioni singole ed empiriche.

Il matematico però non opera con le immagini, ma con gli schemi:

Se io pongo, uno dopo l'altro, cinque punti, questa sarà un'immagine del numero cinque. Se invece penso soltanto un numero in generale – che

¹⁴ Ivi, BX.

¹⁵ Ivi, B741.

¹⁶ Ivi, B714.

¹⁷ Ivi, B741.

¹⁸ Ivi, BXII.

¹⁹ M. Palumbo, *Immaginazione e matematica in Kant*, Laterza, Roma 1985, p. VI.

²⁰ I. Kant, *Critica della ragion pura*, cit., B180.

²¹ Ivi, B179.

²² M. Palumbo, *Immaginazione e matematica in Kant*, cit., pp. 60-62.

²³ I. Kant, *Critica della ragion pura*, cit., B182.

potrebbe essere cinque oppure cento –, questo pensiero sarà la rappresentazione di un metodo per rappresentare, secondo un certo concetto, una pluralità (per esempio mille) in un'immagine, piuttosto che questa immagine stessa, che nel caso del 1000 difficilmente potrei abbracciare con lo sguardo e confrontare con il concetto. È dunque questa rappresentazione di un modo generale di procedere della facoltà di immaginazione, consistente nel procurare ad un concetto la sua immagine, ciò che io chiamo lo schema di questo concetto.²⁴

Kant tiene distinti l'immagine di un numero e il *pensiero* di un numero, che non è l'immagine ma il *metodo* per rappresentare il molteplice in un'immagine²⁵. Attraverso l'immagine l'ente matematico si rappresenta come un dato, in base allo schema invece questa è solamente una regola per la sua costruzione come dato²⁶. Dunque il passaggio dall'intuizione allo schema è immediato²⁷. Questo implica che prima ancora di essere oggetti nell'intuizione pura, gli enti matematici sono schemi, o, meglio, la loro considerazione in quanto oggetti nell'intuizione pura non può essere scissa dalla regola della loro costruzione. Questo è il vero aspetto che rende problematica una considerazione estetica degli enti matematici.

Nella *Critica della facoltà di giudizio*, nella *Nota generale alla prima sezione dell'analitica*, Kant dà ampio spazio alla nozione di “libero gioco”, in cui l'immaginazione interagisce con l'intelletto senza essere sottoposta alla “costrizione molesta”²⁸ di quest'ultimo. L'intelletto apporta infatti pur sempre la propria legalità²⁹ all'immaginazione, ma solo “in genere”, ovvero non vi è la sussunzione di un'intuizione determinata sotto un concetto determinato, ma “dell'immaginazione stessa (in una rappresentazione con cui è dato un oggetto) sotto le condizioni per cui l'intelletto in genere procede dall'intuizione a concetti”³⁰. L'attività dell'immaginazione rimane quindi *libera* da una legge determinata ma non del tutto arbitraria nella sua conformità a leggi dell'intelletto, ovvero “schematizza senza concetto”³¹. Si potrebbe dire che il contributo dell'intelletto consista non tanto nell'apportare ordine, quanto nell'escludere disordine³². In questo senso va dunque inteso il “libero gioco” delle facoltà conosci-

²⁴ I. Kant, *Critica della ragion pura*, cit., B180. Corsivo mio.

²⁵ L. Scaravelli, *Scritti kantiani*, cit., p. 521.

²⁶ Ivi, p. 522.

²⁷ Ivi, p. 523.

²⁸ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 79.

²⁹ F. Menegoni, *La “Critica del giudizio” di Kant. Introduzione alla lettura*, NIS, Roma 1995, p. 75.

³⁰ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 123.

³¹ *Ibid.*

³² L. Pareyson, *L'estetica di Kant. Lettura della “Critica del Giudizio”*, Mursia, Milano 1984, p. 87.

tive, immaginazione e intelletto, ovvero, “nessun concetto determinato le limita a una particolare regola conoscitiva”³³, al contrario del gioco “non libero”³⁴ dei giudizi logici. Per tale motivo Garroni definisce il “libero gioco” un “libero schematismo”³⁵. Questo può essere letto come il *pendant* dello “schematismo oggettivo”³⁶, *hapax* usato nella *Critica della ragion pura* per riferirsi allo schematismo sottoposto alla legge determinata del concetto.

Di conseguenza

Tutto ciò che è rigidamente conforme a regole (che si avvicina alla conformità matematica a regole) ha in sé qualcosa che è contrario al gusto: cioè non concede che ci si intrattenga a lungo nel riguardarlo, ma, in quanto espressamente non ha di mira la conoscenza o uno scopo pratico determinato, produce noia. Al contrario ciò con cui l'immaginazione può giocare in modo spontaneo e conforme a uno scopo è per noi sempre nuovo, e non ci si stanca mai della sua vista.³⁷

Non è però una semplice conformità a regole ad escludere la considerazione estetica, ma una *rigida* conformità a regole (*Steif-Regelmäßigkeit*), al punto che, precisa Kant, “*si avvicina alla conformità matematica a regole*”. È infatti tale da “non permette[re] di intrattenersi a lungo nel riguardarlo [l'oggetto]”.

Il problema risiede quindi nella regolarità che pervade la matematica, al punto che proprio con essa è identificata la rigida conformità a regole. Figure geometriche e numeri non semplicemente si “avvicinano” alla *Steif-Regelmäßigkeit* della matematica, ma, in quanto innanzitutto schemi, *sono* quella *Steif-Regelmäßigkeit*. Non possono non essere considerati secondo uno “schematismo oggettivo”, perché sono già quello “schematismo oggettivo”, e così tutte rappresentazioni che si avvicinano alla conformità a regole della matematica si assimilano sempre più al proprio schema, fino a coincidervi, come è il caso della matematica stessa³⁸.

Chiedersi se gli enti matematici possano essere belli equivale dunque a chiedersi se delle regole, dei metodi di costruzione, possano essere belli, ed è questo in ultima analisi che Kant non può accettare e che rende impossibile rappresentare gli enti matematici se non come “semplici esi-

³³ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., pp. 52-53.

³⁴ E. Garroni, *Estetica ed epistemologia*, Bulzoni Editore, Roma 1976, p. 87.

³⁵ E. Garroni, H. Hohenegger, *Introduzione a I. Kant, Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. XLVI.

³⁶ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 54.

³⁷ Ivi, p. 78.

³⁸ L. Scaravelli, *Scritti kantiani*, cit., p. 524.

bizioni di un concetto determinato”³⁹, secondo cui lo schema dell’immaginazione opera.

Tuttalpiù, seguendo questo ragionamento, si potrebbe definire bella un’immagine di un triangolo o di un numero, ma questa rimanda anche immediatamente allo schema del triangolo o del numero, dunque, tutto ciò potrebbe valere solo per chi non abbia alcun concetto di cosa sia un triangolo o un numero, ma non certamente per una persona istruita in materia come Kant.

2. Le dimostrazioni e il “libero gioco”

Si deve ora capire perché le dimostrazioni della matematica, a differenza delle figure geometriche e dei numeri, possono essere considerate belle, ovvero perché in questo caso “l’intelletto, in quanto facoltà di concetti, e l’immaginazione, in quanto facoltà della loro esibizione, si sentono a priori fortificati” e quindi perché “il compiacimento, sebbene il suo fondamento stia in concetti, almeno è soggettivo”.

Non è facile mettere a fuoco quale concezione Kant abbia delle dimostrazioni matematiche, perché nei suoi stessi testi rimane poco chiara, soprattutto nella *Critica della ragion pura*. Infatti nell’*Estetica trascendentale*, Kant le tralascia⁴⁰, risultando più interessato agli assiomi e alle caratteristiche della matematica che permettono di fondarla come scienza. Anche nella *Disciplina della Ragione Pura nel suo uso dogmatico*, pur dedicando alla dimostrazione una trattazione sistematica, non ne fornisce una vera e propria definizione, così che la distinzione rispetto ai giudizi e agli assiomi non risulta netta⁴¹. Qui afferma che “sempre guidato”⁴² dall’intuizione, egli [il geometra] giungerà mediante una catena inferenziale a una soluzione del tutto illuminante e al tempo stesso universale del problema”⁴³ e che “soltanto una prova apodittica, nella misura in cui è intuitiva, può chiamarsi dimostrazione”⁴⁴.

È vero che Kant non si riferisce esplicitamente alle inferenze come sintetiche e che questa connessione con l’intuizione potrebbe essere dovuta semplicemente al fatto che le inferenze sono solo in principio basa-

³⁹ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 77.

⁴⁰ Ivi, p. 158.

⁴¹ G. Bird, *The Revolutionary Kant*, Open Court, Chicago e La Salle 2006, pp. 152-153.

⁴² Kant spiega meglio poco prima (*Critica della ragion pura*, B742-745) che la conoscenza matematica costruisce i propri concetti, ovvero presenta a priori l’intuizione corrispondente al concetto. Freedman commenta più precisamente questo passo (M. Freedman, *Kant and the exact sciences*, Harvard University Press, Cambridge 1992, pp. 56-58).

⁴³ I. Kant, *Critica della ragion pura*, cit., B745.

⁴⁴ Ivi, B762.

te su delle costruzioni intuitive⁴⁵, tanto che alcuni commentatori⁴⁶ sono giunti alla conclusione che Kant consideri la matematica sintetica sulla base solamente dei giudizi e degli assiomi. Le due interpretazioni si fondano però su due passi diversi, la prima su un passo della *Dottrina del metodo* e la seconda su un passo dell'*Estetica trascendentale*. Quest'ultima inoltre non intende soffermarsi sulle dimostrazioni ma pone piuttosto l'attenzione sui giudizi. Dunque, è ragionevole pensare che le due visioni possano essere conciliate risultando anche complementari, e che la differenza tra principi di inferenze e assiomi rimanga non rigorosa: i principi delle inferenze possono talvolta essere sostituiti dagli assiomi e gli assiomi e i teoremi possono in alcuni casi essere considerati come regole derivate da inferenze⁴⁷. Anche Hintikka⁴⁸ e Parson⁴⁹ hanno presentato delle obiezioni alla possibilità che tutte le dimostrazioni si servano dell'intuizione, ma, d'altronde, Kant stesso si esprime in modo incerto, con il *Konjunktiv II* "würde".

Si può quindi accettare una definizione della dimostrazione come prova apodittica e concatenazione di inferenze guidata dall'intuizione (pura)⁵⁰. Di conseguenza, risulta essenziale per le dimostrazioni la costruzione nell'intuizione pura o, meglio, la costruzione nell'intuizione pura di concetti. Le dimostrazioni stesse sono quindi fondate su costruzioni di concetti ed è per questo che, anche in questo caso, il fondamento del compiacimento riposa su concetti.

Le dimostrazioni però non sono concetti né tantomeno sono schemi. Infatti Longuenesse fa notare che certamente il matematico sa cosa vuole dimostrare e che le sue costruzioni sono giustificate dallo scopo che servono e dai principi di cui di volta in volta vuole servirsi, tuttavia, la scelta di questi principi, e quindi delle costruzioni che presenta in concreto nell'intuizione, non dipendono da una regola⁵¹.

Mentre il triangolo isoscele riporta immediatamente allo schema del triangolo isoscele, ovvero alla sua regola di costruzione, la dimostrazione

⁴⁵ G. Bird, *The Revolutionary Kant*, cit., p. 152.

⁴⁶ G. Brittan, *Kant's Theory of Science*, Princeton University Press, Princeton 1978; C. Parsons, "Kant's Philosophy of Arithmetic" and "Arithmetic and the Categories," in C. Posy (a cura di.), *Kant's Philosophy of Mathematics: modern essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1992, pp. 43-68 e pp. 135-158.

⁴⁷ G. Bird, *The Revolutionary Kant*, cit., p. 153.

⁴⁸ I. Hintikka, "Kant on the Mathematical Method", in C. Posy (a cura di.), *Kant's Philosophy of Mathematics: modern essays*, cit., pp. 21-42.

⁴⁹ C. Parsons, "Kant's Philosophy of Arithmetic", in C. Posy (a cura di.), *Kant's Philosophy of Mathematics: modern essays*, cit., pp. 43-68.

⁵⁰ M. Freedman, *Kant and the Exact Sciences*, cit., p. 57.

⁵¹ B. Longuenesse, *Kant and the Capacity to Judge. Sensibility and Discursivity in the Transcendental Analytic of the Critique of the Pure Reason*, tr. ing. di C. T. Wolfe, Princeton University Press, Princeton 1998, p. 288.

del teorema di Pitagora non riporta immediatamente alla regola della dimostrazione del Teorema di Pitagora, semplicemente perché la dimostrazione del Teorema di Pitagora non esiste, ma vi sono piuttosto molteplici dimostrazioni del teorema di Pitagora, che hanno come unica determinazione lo scopo di dimostrare una tesi (l'enunciato del Teorema di Pitagora), ma non hanno una regola che ne determini lo svolgimento. La dimostrazione si configura infatti come un procedimento in cui, nella prospettiva della regolarità di Scaravelli, ci si serve di regole ma non c'è una vera e propria regola su come servirsi di tali regole, quindi, ci si intrattiene in un'attività che non è sottoposta alla rigida regolarità (*Steif-Regelmäßigkeit*) di uno schema già determinato, come sono invece le figure geometriche e i numeri nella loro semplice costruzione. Per Kant la matematica, a differenza della filosofia, si può imparare, ma a questo punto è più legittimo pensare che si possano imparare proprio quelle regole di costruzione degli enti matematici. La capacità di servirsi di regole resta invece una prerogativa della *Urteilkraft*, che non si può insegnare ma riposa sul *Mutterwitz*⁵².

L'immaginazione resta dunque libera nel senso di una *freie Gesetzmäßigkeit* (libera conformità a leggi) e gioca con il molteplice sensibile combinandolo in modalità sempre nuove e inaspettate, che non costituiscono ancora l'esibizione di un concetto determinato. Solo retrospettivamente è possibile ricostruire questa catena di inferenze e presentarla come una conoscenza strutturata, con diverse e determinate modalità di svolgimento⁵³ che possono essere infine insegnate e apprese. In questo modo si può, ad esempio, scegliere se dimostrare un medesimo teorema per assurdo o per induzione secondo quanto si è già studiato. In questo senso quindi il geometra è guidato dall'intuizione nelle sue dimostrazioni e considera l'universale in concreto nella singola intuizione⁵⁴ (intuizione che può essere empirica ma anche pura, poiché il geometra non sta visualizzando le figure nello spazio-tempo fisico ma nello spazio-tempo puro, cioè trascendentale).

Certamente si può obiettare che anche il triangolo isoscele può essere costruito secondo diverse regole (il triangolo è la sezione di piano compresa tra le tre diverse intersezioni di tre rette, il poligono la somma dei cui angoli è 180° ...), ma tutti i triangoli rispondono a ognuna di queste regole, mentre le diverse dimostrazioni di un teorema non rispondono ad una regola comune.

D'altronde, nello stesso passo in cui Kant assimila la *Steif-Regelmäßigkeit* alla conformità a regole propria della matematica, precisa anche che essa

⁵² I. Kant, *Critica della ragion pura*, cit., B172.

⁵³ A Breitenbach, *Beauty in Proofs: Kant on Aesthetics in Mathematics*, in "European Journal of Philosophy", XXXIII, n. 24, 2013, p. 967.

⁵⁴ I. Kant, *Critica della ragion pura*, cit., B763.

“non permette di intrattenersi a lungo nel riguardarlo [l’oggetto]” (daß es keine lange Unterhaltung mit der Betrachtung desselben gewährt⁵⁵). Una traduzione più letterale sarebbe “poiché questa [la *Steif-Regelmäßigkeit*] non permette un lungo intrattenersi con la contemplazione dello stesso [l’oggetto]”, esplicitando il senso di *Betrachtung* come “contemplazione”. Quest’ultima non è che il semplice riguardare gli oggetti nella riflessione⁵⁶, nella pura forma, senza interesse, peculiarità del giudizio di gusto puro (che infatti nel §5 è definito “contemplativ”⁵⁷). Sebbene Kant specifichi che la *Steif-Regelmäßigkeit* non permette una “lunga occupazione”, la contemplazione non è del tutto esclusa; è presente, e non per un certo statuto di una rappresentazione matematica, ma per la regolarità che una determinata rappresentazione matematica comporta, regolarità che, nel caso degli enti è *steif*, ma nel caso delle dimostrazioni, non lo è. Così anche la durata della contemplazione è rilevante semplicemente come effetto da cui però è poi necessario risalire alle reali cause, cioè alla regolarità più o meno rigida.

Si può quindi concludere che la lettura della *Nota generale alla prima sezione dell’analitica* alla luce della contrapposizione tra ciò che è rigidamente conforme a regole e ciò che non lo è, permette, se integrata con la considerazione delle dimostrazioni che si possono ricavare da B172 e B762-763 della *Critica della ragion pura*, di dare un’interpretazione almeno coerente, esaminate anche le diverse obiezioni alla natura intuitiva delle dimostrazioni, della considerazione della matematica nella *Critica della facoltà di giudizio*, conciliando l’impossibilità di parlare di bellezza a proposito di numeri e figure geometriche, con l’apertura, incerta, ma pur sempre presente, all’attribuzione della bellezza alle dimostrazioni.

3. Conclusione

Questa lettura della posizione di Kant sulle dimostrazioni apre lo spazio per due importanti riflessioni.

Innanzitutto, mette in luce una prima tensione che anima la *Critica della facoltà di giudizio* e che riguarda il ruolo della rappresentazione che occasiona il libero gioco delle facoltà. Tale rappresentazione è infatti spesso definita “empirica”. Tuttavia, nei passi qui considerati, in partico-

⁵⁵ I. Kant, *Gesammelte Schriften*, vol. V, Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Berlin 1900, p. 242.

⁵⁶ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 73: “Ma, quando si tratta di giudicare se una cosa è bella, non si vuol sapere se a noi o a chiunque altro importi, o anche soltanto possa importare, della sua esistenza; ma come la giudichiamo contemplandola semplicemente [*in der bloßen Betrachtung*]”.

⁵⁷ Ivi, p. 45.

lare nella conclusione del §62 e nel §1, l'enfasi è posta sulla priorità della libertà dell'immaginazione rispetto a qualunque altra considerazione, al punto che persino la rappresentazione sembra irrilevante ai fini del giudizio di gusto. Quest'ultimo si fonderebbe infatti in ultima analisi su un compiacimento soggettivo, in cui immaginazione e intelletto "si sentono a priori fortificati": un compiacimento distinto dalla perfezione e assimilabile al bello, anche quando più strettamente legato a concetti, perché non *steif-regelmäßig*.

Tale lettura risulta inoltre interessante soprattutto se si considerano le posizioni di chi si muove nel suo stesso campo, quello filosofico, a confronto con quelle dei matematici. Si è brevemente accennato alla Grande Teoria, e quindi alla tendenza di molti matematici e filosofi dell'antichità a spiegare la bellezza della matematica e anche delle sue dimostrazioni in termini oggettivi, e così è avvenuto anche in ambito analitico in tempi più recenti⁵⁸. Il pensiero kantiano sembra invece più affine ai matematici, i quali, molto più dei filosofi, si sono soffermati sulla propria esperienza soggettiva. Poincaré, ad esempio, ha parlato di un "*sentiment estétique*"⁵⁹, un'"emozione estetica" intesa come un vero e proprio "piacere"⁶⁰ che motiva lo scienziato nella propria indagine.

Questo riferimento ad un più soggettivo "piacere" o "sentimento" non può essere trascurato, poiché non è un caso unico nel mondo della scienza, spingendo a confrontarsi con quella che sembra assumere i connotati di un'esperienza estetica⁶¹ per matematici e fisici. Inoltre, molti tra loro non si sono limitati a constatare la bellezza della matematica, ma hanno anche dichiarato di aver accolto considerazioni estetiche nel loro metodo e nei loro criteri di valutazione dell'indagine scientifica, preferendo una dimostrazione o una teoria piuttosto che un'altra⁶². Non si può quindi perlomeno escludere la possibilità di mettere a tema un'"anticipazione estetica" come criterio di orientamento nella scienza. Nel periodo critico Kant nega la possibilità di una "bella scienza"⁶³ e lega la figura del Genio

⁵⁸ C. S. Todd, *Unmasking the Truth Beneath the Beauty: Why the Supposed Aesthetic Judgements Made in Science May Not Be Aesthetic at All*, in "International Studies in the Philosophy of Science", XXII, n. 1, 2008, p. 62.

⁵⁹ H. Poincaré, *Science et méthode*, Ernest Flammarion, Parigi 1920, p. 57.

⁶⁰ Ivi, pp. 21-23.

⁶¹ *Ibid.*

⁶² Così il fisico-matematico Weyl, che ha dichiarato di aver sempre tentato di unire nel suo lavoro il vero e il bello, favorendo il secondo al primo quando ha dovuto scegliere (J. D. Freeman, "Obituary of Hermann Weyl", *Nature*, March 10 1956, pp. 457-458. Traduzione mia), o Copernico, che ha fatto dell'"armonia" un'argomentazione determinante in favore della sua teoria astronomica eliocentrica (N. Copernico, *De revolutionibus orbium caelestium*, tr. it. di A. Koyré, Einaudi, Torino 1975, p. 29.), che non era né più accurata né più semplice, da un punto di vista computazionale, rispetto alle altre contemporanee.

⁶³ I. Kant, *Critica della facoltà di giudizio*, cit., p. 149.

esclusivamente all'arte, precisando che “non può descrivere o mostrare scientificamente come realizza” il suo prodotto, e per questo a differenza dello scienziato, che può mostrare tutti i passi che ha compiuto per ottenere i propri risultati, non può essere imitato⁶⁴. Nega inoltre la possibilità di una “bella scienza”. Tuttavia Kant afferma che nella “scoperta” delle leggi empiriche riferite alla subordinazione di generi e specie, “un piacere c'è stato certamente a suo tempo e, solo perché la più comune esperienza non sarebbe possibile senza di esso, si è mischiato via via con la semplice conoscenza e non è stato più particolarmente notato”⁶⁵. Non si può quindi escludere che in un'eventuale euristica della scoperta, o in una sua estetica, la riflessione kantiana troverebbe il proprio posto.

Bibliografia

- Bianchi, M. L. *Commento alla “Critica della facoltà di giudizio” di Kant*, Firenze, Le Monnier 2005.
- Bird, G. *The Revolutionary Kant*, Open Court, Chicago e La Salle 2006.
- Breitenbach, A., *Beauty in Proofs: Kant on Aesthetics in Mathematics*, in “European Journal of Philosophy”, XXXIII, n. 24, 2013, pp. 955-977.
- Brittan, G., *Kant's Theory of Science*, Princeton University Press, Princeton 1978.
- Copernico, N., *De revolutionibus orbium caelestium*, tr. it. di A. Koyré, Einaudi, Torino 1975, p. 29.
- Freedman, M., *Kant and the Exact Sciences*, Harvard University Press, Cambridge 1992.
- Garroni, E., *Estetica ed epistemologia*, Bulzoni Editore, Roma 1976.
- Guyer, P., *Kant and the Claims of Taste*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts and London 1979.
- Hintikka, I. “Kant on the Mathematical Method”, in C. Posy (a cura di.), *Kant's Philosophy of Mathematics: modern essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1992, pp. 21-42.
- Kant, I. *Critica della ragion pura*, a cura di C. Esposito, Bompiani, Milano 2004.
- Kant, I. *Critica della facoltà di giudizio*, a cura di E. Garroni, H. Hohenegger, Einaudi, Torino 2011.
- Kant, I. *Gesammelte Schriften*, hrsg. v. der Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, de Gruyter, Berlin 1900.
- Longuenesse, B. *Kant and the Capacity to Judge. Sensibility and Discursivity in the Transcendental Analytic of the Critique of the Pure Reason*, tr. ing. di C. T. Wolfe, Princeton University, Princeton Press 1998.
- Menegoni, F. *La “Critica del giudizio” di Kant. Introduzione alla lettura*, NIS, Roma 1995.

⁶⁴ Ivi, pp. 144-145.

⁶⁵ Ivi, p. 23.

- Palumbo, M., *Immaginazione e matematica in Kant*, Laterza, Roma 1985.
- Pareyson, L. *L'estetica di Kant. Lettura della "Critica del Giudizio"*, Mursia, Milano 1984.
- Parsons, C. "Kant's Philosophy of Arithmetic", in C. Posy (a cura di.), *Kant's Philosophy of Mathematics: modern essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1992, pp. 43-68.
- Parsons, C. "Arithmetic and the Categories," in C. Posy (a cura di.), *Kant's Philosophy of Mathematics: modern essays*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1992, pp. 135-158.
- Poincaré, H. *Science et méthode*, Ernest Flammarion, Parigi 1920.
- Scaravelli, L. *Scritti kantiani*, La nuova Italia, Firenze 1968.
- Scaravelli, L. "La regolarità", in *Opere di Luigi Scaravelli*, vol. III, a cura di M. Corsi, La nuova Italia, Firenze 1968, pp. 81-94.
- Tatarkiewicz, W. *Storia di sei idee*, a cura di L. Russo, tr. it. di O. Burba e K. Jaworska, Aesthetica, Palermo 1997.
- Todd, C. S. *Unmasking the Truth Beneath the Beauty: Why the Supposed Aesthetic Judgements Made in Science May Not Be Aesthetic at All*, in "International Studies in the Philosophy of Science", XXII, n. 1, 2008, pp. 61-79.

La bellezza delle dimostrazioni matematiche nella filosofia critica di Kant

Questo articolo esamina la questione, non affrontata sistematicamente da Kant, della bellezza della matematica. Nella *Critica della facoltà di giudizio* Kant afferma più volte che numeri e figure geometriche, in quanto semplici esibizioni di concetti determinati e sottoposti a rigida conformità a regole (*Steif-Regelmäßigkeit*), non possono costituire oggetti di un giudizio estetico; nel §62 si apre però alla possibilità di considerare “bella” una dimostrazione. Si tenta qui di ricostruire e spiegare questa posizione ambigua, contestualizzandola anche alla luce della *Critica della ragion pura*. L’interpretazione proposta è che la matematica considera i numeri e le figure geometriche non come dati, ma come regole della loro costruzione, e quindi già come schemi, al polo opposto del libero schematismo che Kant pone a fondamento del giudizio di gusto. La dimostrazione dipende invece dalla capacità, che non può essere appresa, di servirsi di regole e non appare rigidamente vincolata a uno schema; in questo modo consente il “libero gioco” di immaginazione e intelletto e il compiacimento proprio dell’esperienza estetica.

PAROLE CHIAVE: Kant, bellezza, dimostrazioni matematiche, libero gioco, schematismo.

The Beauty of Mathematical Proofs in Kant's Critical Philosophy

This article examines the question – never systematically addressed by Kant – of the beauty of mathematics. In the *Critique of the Power of Judgment*, Kant repeatedly claims that numbers and geometrical figures, insofar as they are mere exhibitions of determinate concepts and subject to strict conformity to rules (*Steif-Regelmäßigkeit*), cannot constitute objects of aesthetic judgment. In §62, however, he opens up the possibility of considering a proof as “beautiful.” This paper attempts to reconstruct and clarify this ambiguous position, also contextualizing it in light of the *Critique of Pure Reason*. The interpretation proposed here is that mathematics regards numbers and geometrical figures not as given entities, but as rules of their construction, and thus already as schemata—standing in opposition to the free schematism that Kant identifies as the basis of judgments of taste. A proof, by contrast, depends on an ability that cannot be learned, namely, the capacity to employ rules without being rigidly bound to a schema. In this way, it enables the “free play” of imagination and understanding, together with the pleasure characteristic of aesthetic experience.

KEYWORDS: Kant, beauty, mathematical proofs, free play, schematism.

