

DALLA FORMALIZZAZIONE DELLA METAPSICOLOGIA ALLA NATURALIZZAZIONE DELLA MATEMATICA

Gabriele Lami

Abstract

From formalizing metapsychology to naturalizing mathematics.

When reviewing metapsychology to assess its aptness to mathematical formalism, one encounters objects akin to the typical objects of mathematics. Given the different roots of metapsychology and mathematics, this analogy is worth investigating, in order to highlight structures that potentially do not quite belong to either discipline, but rather reflect the very structure of the mind. This article seeks to open up avenues that help to identify these similarities, based on examples from the two disciplines.

Keywords: *metapsychology, mathematics, logic, algebra.*

1. Introduzione

Ha senso cercare una formalizzazione della teoria freudiana mediante strumenti matematici? Una parte della teoria di Freud si avvale di analogie dinamiche; le pulsioni e le azioni della coscienza e dell'inconscio vengono descritte mediante i concetti di forza ed energia; la struttura risulta coerente con quella di un modello fisico. Data questa considerazione è quindi sensato ritenere che un formalismo affine a quello della meccanica possa essere applicato (ma perché Freud utilizza proprio questa analogia e come, più in generale, viene scelta un'analogia?).

Questo lavoro origina dalla ricerca *in itinere* di una formalizzazione della teoria metapsicologica, prospettatami da Franco Baldini. Ritengo che l'idea sia affascinante e decisamente coerente con i testi freudiani. Come metterò in evidenza, la teoria freudiana e la sua compatibilità con la matematica lasciano intravedere la possibilità che possano essere affrontati anche altri temi, altrettanto affascinanti, come ad esempio la naturalizzazione della matematica o il problema dei suoi fondamenti.

Il vantaggio di accoppiare la matematica e un modello della mente articolato come quello freudiano è analogo a quello che si ottiene cercando di risolvere un problema legato ai numeri reali estendendo il campo ai numeri complessi: si aumenta lo spazio di manovra e, inaspettatamente, alcuni concetti si semplificano.

Il tema di questo articolo origina da un vuoto; se si intraprende la strada per una formalizzazione ci si trova subito di fronte a una domanda che non ha un'im-

mediata risposta: quali sono gli oggetti nella mente che subiscono queste forze pulsionali e impulsive di cui si vuole descrivere la dinamica? Freud descrive le forze, gli attori e i luoghi dove esistono rappresentazioni di questi oggetti.

Che cosa dice degli oggetti? Li descrive in modo indiretto, rispetto alle azioni che riesce a compiere su di essi e a congetture circa le componenti di base.

In questa parte del lavoro freudiano, a mio avviso, si nasconde una componente che si presta a un tentativo di formalizzazione che ha legami con l'algebra, la logica e in generale con la matematica.

Ciò che rende questa possibilità affascinante è che una formalizzazione di tipo matematico non ha solo un carattere funzionale alla descrizione della teoria metapsicologica, ma può essere ribaltata (in maniera affine al ribaltamento soggetto-oggetto che sarà il tema di un paragrafo di questo lavoro) e mostrare affinità tra il modo di operare della mente come Freud la concepisce e lo sviluppo della matematica e, in generale, il pensiero formale.

Si può giungere a dire che il pensiero formale è almeno in parte figlio (emancipato, cioè indipendente dai genitori quali: calcolo numerico, aritmetica e geometria piana) degli strumenti naturali in possesso della coscienza e, più sorprendentemente, dell'inconscio, cioè la mente per come è concepita nel modello freudiano.

Il tema quindi interseca necessariamente la visione degli enti matematici e la domanda se la realtà matematica sia esterna ai processi mentali oppure no.

L'argomento che si vuole raccontare è molto vasto e questo scritto vuole essere solo una panoramica dei punti principali che reggono la tesi. L'obiettivo principale è mostrare una costellazione di concetti rilevanti per tentare di dare corpo a idee e collegamenti dettati da alcune domande chiave che proverò a esplicitare in questo lavoro. Mostrerò esempi matematici di diverse tipologie per evidenziare come si possa scorgere un'universalità in alcuni concetti. Esula da questo testo il tentativo di descrivere la componente dinamico/pulsionale della teoria freudiana, sia perché tentare di affrontarla complicherebbe enormemente il discorso, sia perché vorrei seguire il lavoro di Freud che gestisce separatamente le due componenti.

2. Analogie e concetti

Vorrei mostrare come i concetti di Freud inducano a utilizzare elementi fondativi presenti in tutta la matematica e come le analogie tra pensiero matematico e metapsicologico siano degne di nota. I concetti matematici, messi a confronto con la metapsicologia, che vorrei evidenziare sono principalmente:

- la ri-rappresentazione di un problema in differenti domini;
- concetti algebrici come operazioni di somma, prodotto e classi di equivalenza;
- concetti logici come: congiunzione, disgiunzione, implicazione e negazione, e logiche più o meno deboli;
- il concetto di relazione d'ordine (parziale o totale);

- l'interazione tra algebra, logica e insiemistica;
- i concetti di elementi di base e macrostrutture.

Il percorso proposto qui sarà principalmente guidato dai luoghi della mente. Non è mia intenzione in questa sede entrare nel merito degli assiomi di base della metapsicologia, sia perché è più facile analizzarli a valle di una formalizzazione, sia perché, anche se fossero parziali, il ragionamento dell'analogia rimarrebbe valido. L'analogia si estende anche al metodo che Freud utilizza per raccontare ed elaborare la teoria, oltre che alla teoria stessa.¹

Non cercherò nemmeno di scorporare le idee di Freud da quelle di pensatori antecedenti né utilizzerò le idee di pensatori successivi, perché questo tipo di approfondimento andrebbe oltre lo scopo dell'articolo.

3. Struttura

L'astrazione parziale dei concetti freudiani che voglio cercare di sviluppare è la seguente:

- nella mente sono presenti dei concetti e delle strutture.
- Le strutture sono correlate (in qualche maniera) alle tracce mnestiche.²
- La coscienza è un luogo/attore ed è l'unico punto che si può indagare.
- La coscienza interagisce con i sensi e gestisce le azioni volontarie verso l'esterno.
- La coscienza è una componente di un luogo più esteso, l'Io. L'Io quindi ha anche una componente inconscia.
- Alcuni concetti che esistono nella componente inconscia sono interdetti alla coscienza, ma hanno effetti che si possono indagare indirettamente. La coscienza ha dei vincoli più stringenti (es. la negazione).
- L'Io è a contatto con un'altra componente-attore-luogo che viene chiamato Es (per gli scopi di questo scritto non è importante se l'Io sia una specializzazione dell'Es o se la coscienza sia un'appendice dell'Io e Es).
- L'Es può essere indagato in modo indiretto grazie all'interazione con l'Io. Uno degli strumenti privilegiati dell'analisi dell'Es è il sogno. Il sogno è in Freud una rappresentazione della coscienza di rappresentazioni dell'Es (non è quindi un'immagine autentica ma mediata).

Da questa struttura e da questi strumenti vengono astratte delle caratteristiche degli oggetti-attori: il mio lavoro sarà quello di evidenziarne potenziali interazioni e strutture di tipo pseudo-algebrico.

¹ Questo fatto si riscontra anche nelle euristiche che portano al progresso matematico.

² Nell'opera di Freud il termine «traccia mnestica» designa il modo in cui gli eventi sono trascritti nella memoria. È anche utilizzato come sinonimo di «immagine mnestica».

3.1 L'Io

Semplificando e schematizzando, in prima approssimazione l'Io ha una componente cosciente e una inconscia, ha il senso del tempo (affermazione generica che però è correlata all'idea di consequenzialità e implicazione), ha la possibilità di effettuare operazioni logiche come congiunzione e disgiunzione (che come vedremo sono affini ai concetti di unione e intersezione e correlate a somma e prodotto in aritmetica) e ha il concetto di negazione.

La negazione è correlata al concetto di interno/esterno e potenzialmente alla pseudo-univocità del mondo esterno³ con cui si rapporta la coscienza. In questa rappresentazione i concetti dell'Io possono essere quindi pensati come strutture stabili, collegate da strumenti logico/algebrici. L'Io inoltre agisce con strutture principalmente verbali o rappresentazioni di parola,⁴ al contrario dell'Es che, all'interno del modello, agisce utilizzando principalmente rappresentazioni di cosa.⁵ Inoltre è possibile agire sulle strutture generate dai concetti in modo tale da applicare trasformazioni che conservano alcune caratteristiche. Un esempio in questo senso è il motto di spirito che ammette delle ri-rappresentazioni più esplicite di un concetto che è inizialmente compresso:

“Come è vero Dio, signor dottore, stavo seduto accanto a Solomon Rothschild e lui mi ha trattato proprio come un suo pari, con modi del tutto *familionari*.”⁶

Che contiene l'equivalenza:

$\text{familionari} \simeq \text{familiari per essere milionari}$.

Nella prima rappresentazione i due concetti sono intrecciati, uniti. Nella seconda sono giustapposti e la loro relazione contiene l'informazione dell'operazione che è servita per moltiplicarli (*per essere*). Il legame delle due rappresentazioni può essere rappresentato con il fatto che ci sia un'operazione, una trasformazione, che porta la prima rappresentazione nella seconda.

Le parole *familiari* e *milionari* in questo esempio sono in un certo senso compresse da una forza che induce un certo concetto di vicinanza con la parola *familionari*. Questa operazione è quindi secondo Freud legata e indotta da un concetto dinamico di cui daremo più avanti un piccolo approfondimento.

³ The man was very appreciative but curious. He asked the farmer why he called his horse by the wrong name three times. The farmer said, «Oh, my horse is blind, and if he thought he was the only one pulling he wouldn't even try». Harris M. (2014), *Mark's Little Joke Book*, p. 16.

⁴ In Freud la rappresentazione di parola è legata principalmente alla rappresentazione uditiva.

⁵ Rappresentazioni principalmente visive.

⁶ Freud S. (1905), *Il motto di spirito e la sua relazione con l'inconscio*, OSF vol. V, p. 14.

Immaginiamoci che su queste frasi si eserciti una forza di compressione e supponiamo che la frase aggiunta sia per qualche ragione la meno resistente: sarà allora costretta a scomparire, mentre la sua componente più significativa, la parola “milionari”, è riuscita a non farsi sopprimere, viene per così dire spinta contro la prima frase e fusa con quell’elemento di essa, “familiari”, che le è tanto simile.⁷

Si può quindi ragionare in termini di trasformazioni (morfismi)⁸ che conservano alcune caratteristiche, che cioè rispettano delle classi di equivalenza.

Scomposizione (Familonari) = Familiari *per essere* milionari

Una domanda importante quando s’introduce un’equivalenza è: che cosa rimane invariante in oggetti appartenenti alla stessa classe? Esiste una particolare relazione di equivalenza esplicita e forte nella teoria freudiana che vale la pena approfondire: si tratta del *desiderio* che s’intreccia con le operazioni ammissibili rispetto a una rappresentazione onirica. Secondo Freud le rappresentazioni oniriche nascondono, pur rappresentandolo,⁹ un desiderio specifico. Il lavoro di decodifica dei sogni, se effettuato in modo rispettoso delle regole combinatorie della mente, può portare a rappresentazioni differenti, ma che contengono, in maniera più o meno esplicita, e conservano il desiderio sottostante.

Propongo una semplice analogia matematica legata al concetto esemplificato dal motto di spirito. Un numero intero (un elemento appartenente all’insieme \mathbb{N} dei numeri naturali) può essere scomposto in potenze di fattori primi:

$$150 = 2 \cdot 5^2 \cdot 3$$

La rappresentazione di sinistra è compatta e criptica, quella di destra esplicita le componenti fondamentali. L’esempio è semplice ma il concetto è pervasivo nella matematica. Per di più dal punto di vista matematico, i numeri primi hanno un particolare valore ed *emergono* naturalmente da un limitato numero di assiomi. Sono legati alla fattorizzazione unica, ossia al fatto che ogni numero naturale può essere scritto come prodotto di potenze di numeri primi in modo unico a meno di permutazioni. Cioè se un numero si scrive come prodotto di potenze di numeri primi in due modi, sicuramente si può scambiare l’ordine di scrittura dei primi in modo tale da rendere le scritture uguali.

⁷ *Ibid.*

⁸ In matematica per «morfismo» si intende in generale un’astrazione di un processo che trasforma una struttura astratta in un’altra mantenendo alcune caratteristiche della prima.

⁹ Come l’accetta divide moltiplicando.

$$150 = 2 \cdot 5^2 \cdot 3 = 5^2 \cdot 2 \cdot 3$$

L'operazione esplicitata che lega le componenti è la moltiplicazione. L'uguaglianza è la relazione di equivalenza, *le due forme sono graficamente diverse ma equivalenti* rispetto al calcolo. Questo, che è un teorema (si dimostra a partire dagli assiomi di base), contiene incidentalmente molti dei temi che vengono trattati in questo testo. Contiene il concetto di «elementi di base» (numeri primi) e il concetto di «equivalenza» (rispetto alla permutazione). I numeri primi inoltre (e la loro generalizzazione in regni diversi da quelli numerici) hanno un ruolo centrale sia in teoria dei numeri sia in algebra, e la ricerca delle proprietà dei primi può essere associata, per analogia, al processo di analisi delle strutture della mente mediante le operazioni della metapsicologia.

Emerge anche un concetto interessante, quello che potremmo definire «grado di astrazione» che può essere visto come *relazione d'ordine parziale*. Due concetti possono quindi avere un livello di astrazione diverso, equivalente o non essere comparabili (questa rappresentazione permette una libertà maggiore di quella che avremmo in uno spazio metrico).

3.2 L'Es

Nell'Es i concetti sono correlati ad almeno una rappresentazione per immagini.¹⁰ Freud fa notare che alcune regole dell'Io non sono presenti nell'Es. Non è presente il concetto di negazione (che invece è presente a livello preconsciouso-coscienza, quindi nella componente dell'Io corrispondente) e gli elementi sono, in un certo senso, atemporali. L'assenza, almeno, del concetto di negazione e delle censure dell'Io permette all'Es di rappresentare un numero maggiore di concetti. Come nella vita sociale, un minore numero di regole permette a un maggiore numero di elementi di rispettarle.

In diversi settori della matematica ci sono strutture che vengono definite più o meno deboli in riferimento alla caratteristica di *governare* un maggiore o minore numero di oggetti. Più le regole sono restrittive (strutture forti) e più è facile che gli oggetti *ammessi* rispettino delle regole. Se, per esempio, in geometria si omette l'assioma delle parallele si permette la comparsa di geometrie non euclidee (più oggetti, ma meno garanzie sul loro comportamento). Se in analisi matematica si usa una topologia debole si attribuisce la qualità di *continuità* a un maggior numero di funzioni, ma alcuni teoremi che valgono nell'analisi classica vengono a

¹⁰ Questa considerazione è al netto delle informazioni che si possono trarre dal punto di vista della coscienza.

cadere. In logica, se non si accetta ad esempio la legge del terzo escluso (P o non P , $P \vee \neg P$) si ottengono strutture più deboli (es. logica intuizionista) e meno proposizioni sono false (o vere), ma si perde la possibilità, ad esempio, di utilizzare le dimostrazioni per assurdo. Inoltre, nel contesto della risoluzione delle equazioni differenziali, regole stringenti garantiscono l'esistenza e l'unicità di una soluzione (che porta ad assonanze interessanti rispetto all'unicità della realtà dell'Io rispetto all'Es).

L'assenza di un concetto di negazione esplicito e di un metodo forte di rappresentare l'implicazione¹¹ rendono però l'Es meno *espressivo*. In generale ci si può immaginare che gli oggetti dell'Es siano più estesi almeno rispetto agli oggetti rappresentabili dalla coscienza:

A ha preso in prestito da B un paiuolo di rame. Quando lo restituisce B protesta perché il paiuolo ha un grosso buco che lo rende inutilizzabile. Ecco come si difende A: «*In primo luogo, non ho affatto preso in prestito nessun paiuolo da B; in secondo luogo, quando B me l'ha dato il paiuolo aveva già un buco; in terzo luogo, ho restituito il paiuolo intatto*». Ogni singola replica di per sé è valida, prese insieme però, si escludono a vicenda.¹²

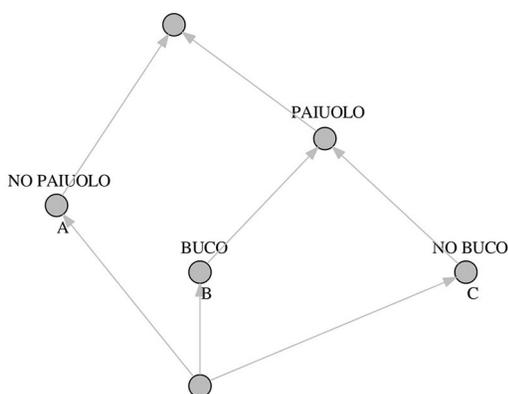
Risulta interessante rappresentare le tre opzioni utilizzando la struttura matematica del *reticolo* e la metodologia FCA (Analisi dei concetti formali). La tecnica FCA viene introdotta negli anni '80 da R. Wille¹³ come tentativo di avere un punto di vista innovativo nell'analisi dei dati con relazioni binarie (oggetti che possono avere delle proprietà). La tecnica trasforma una tabella che rappresenta le proprietà possedute da elementi in un reticolo. Il vantaggio fondamentale di questa tecnica è che permette di evidenziare due caratteristiche che non sono evidenti in una rappresentazione classica dei dati: l'emergere di concetti (dove il significato di concetto relativo alla tecnica è un elemento definito da una o più proprietà e che ha uno o più prototipi, cioè oggetti che rappresentano queste proprietà) e la relazione d'ordine (parziale) tra concetti che può essere interpretata come grado di astrattezza relativa. Pur non ambendo a porsi come un modello della formulazione dei concetti mentali, essa ha la caratteristica di mostrare alcune affinità con il pensiero naturale. Una rappresentazione dell'esempio mostrato è la seguente:

¹¹ Concetto interessante che risulta critico e variegato, almeno nella forma di *implicazione materiale*, nei vari tipi di logica. L'argomento merita certamente un approfondimento legato alle varie rappresentazioni dei concetti di negazione e implicazione nei principali tipi di logica e il loro rapporto con le operazioni logiche di congiunzione e disgiunzione. Ad esempio, nella logica classica l'implicazione materiale $A \rightarrow B$ è equivalente a $\neg A \vee B$.

¹² Freud S. (1905), p. 54.

¹³ Vedi Wille R. (1982), "Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts".

- Opzione A: non ho preso in prestito nessun paiuolo.
- Opzione B: quando X me l'ha dato il paiuolo aveva già un buco.
- Opzione C: ho restituito il paiuolo intatto.



[Figura 1]

Il diagramma è interessante perché rende evidente l'emersione di una struttura anche a partire da un esempio molto semplice. Il fatto di avere il buco è in relazione con l'esistenza del paiuolo. Due strade quindi convergono ad un certo livello pur essendo alternative. La rappresentazione paradossale (per la coscienza) del motto di spirito salva tutte le opzioni. Dal punto di vista della coscienza, se si considera vera un'opzione (in Freud legata al concetto di *investimento*), le altre sono definite false (*dis-investimento*). La coscienza quindi utilizza una sorta di logica parziale sulla struttura, che rappresenta la condizione per cassare alcune ipotesi. In sostanza sembra che la differenza tra Io ed Es, almeno sotto questo punto di vista, sia la consapevolezza da parte dell'Io di un concetto di *Vero* legato al principio di realtà.

3.3 L'Io e l'Es e i concetti

Un concetto è quindi rappresentato da una sorta di classe di equivalenza per l'Io e l'Es. Ogni singola rappresentazione risulta più o meno estesa e può avere dei prototipi (come si vedrà in seguito nel sogno di Josef dove lo zio di Freud rappresenta il prototipo di un concetto). Le diverse rappresentazioni sono legate da una sorta di relazione algebrica. Sono quindi come classi di equivalenza di una struttura algebrica che si possono pensare come chiuse rispetto ad alcune operazioni. Sono cioè insiemi di oggetti che si possono ricombinare rispetto a date regole e i cui prodotti rimangono della stessa natura. L'Es ha più rappresentazioni di un concetto che rispettano i vincoli delle sue regole (la rappresentazione è

distinta dai singoli elementi che la compongono, è possibile che singoli elementi siano presenti in rappresentazioni e concetti molto differenti); l'Io ha ri-rappresentazioni delle rappresentazioni dell'Es di un concetto e la coscienza ha regole più restrittive rispetto ai concetti (o alle componenti di concetti) che può rappresentare. È interessante notare in relazione a ciò che a livello sociale si possono identificare almeno due luoghi (come sono luoghi l'Io e l'Es), come tali esterni allo spazio della mente, dove il numero di regole aumenta ma in modo differente: lo spazio delle regole civili dove le norme sono molte e impongono vincoli per cui la coerenza non è garantita (né richiesta) e lo spazio delle regole formali (matematica moderna) dove il centro è la coerenza interna. Ho affermato che le rappresentazioni dell'Io sono proiezioni di rappresentazioni dell'Es, ma questo non esclude altre tipologie. L'Io ha anche la capacità di rappresentare concetti utilizzando tecniche che portano in matematica alle dimostrazioni non costruttive, come verrà evidenziato nel paragrafo seguente. La possibilità che ci sia una mappa capace di proiettare gli oggetti dell'Es nell'Io (uso la parola proiezione in senso algebrico e geometrico) è *condizione necessaria per la decodifica delle immagini oniriche così come le concepisce Freud*.

3.4 Dimostrazioni costruttive e non costruttive

Seguendo il discorso legato alla distinzione della strumentazione logica a disposizione della coscienza e dell'inconscio ci si può domandare se una sua visione molto idealizzata possa essere una base per provare a lavorare su un'ipotesi, mediante un parallelismo logico/matematico. L'idea dell'assenza della negazione nell'inconscio (intesa più come assenza del terzo escluso) e della sua presenza nella coscienza porta a un passo potenzialmente interessante. Potremmo congetturare che, come capita nella logica, all'inconscio manchi la possibilità, almeno in prima approssimazione, di «dimostrare» qualcosa con strumenti non costruttivi. Per affrontare correttamente questo discorso è utile partire da una definizione di dimostrazione. Con il termine «dimostrazione» viene indicata una serie di ragionamenti logici che, partendo da un'ipotesi, porta necessariamente a una tesi. Inoltre è utile, per chiarire il tema, esemplificare cosa significhi che una dimostrazione può essere costruttiva o no.

Una dimostrazione è costruttiva se per dimostrare una proposizione si mostra (dimostrare mostrando) un esempio che rende vera la proposizione. Esempio: esiste un numero a tale per cui $a + a = a \cdot a$.

Una dimostrazione è la seguente:

$$2 + 2 = 4 = 2 \cdot 2$$

Le dimostrazioni non costruttive invece sono in un certo senso più affascinanti. Questo forse è correlato al fatto che l'ipotesi di questo paragrafo ha un qualche

fondamento: l'Es non riesce cioè a farle proprie. Alcune di queste dimostrazioni sembrano dei veri inganni. Come esempio utilizzerò la seguente dimostrazione che ritengo esteticamente molto gradevole:

- La proposizione P da dimostrare è la seguente:
*esistono due numeri a e b irrazionali tali che a^b è un numero razionale.*¹⁴
- La dimostrazione si basa sulla proposizione ausiliaria che chiameremo Q:

$$\sqrt{2}^{\sqrt{2}} \text{ è razionale}$$

Nella dimostrazione non è importante (e non è provato) che la proposizione Q sia vera, ma si può dimostrare che il fatto che Q sia vera implica che P è vera, ma anche che, se Q è falsa, P è vera. In logica si usa il fatto che la seguente regola è vera

$$((Q \rightarrow P) \wedge (\neg Q \rightarrow P)) \rightarrow P$$

Cioè il fatto che: se Q implica P, e anche la negazione di Q implica P, allora P.

Nel concreto (matematicamente parlando) per utilizzare questa strada bisogna dimostrare sia

$$Q \rightarrow P \text{ sia } \neg Q \rightarrow P.$$

- Partendo con: $Q \rightarrow P$

$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ è razionale per ipotesi;

a e b possono essere entrambi uguali a $\sqrt{2}$ dato che il valore è irrazionale come richiesto e (per ipotesi) a^b è razionale.

- Dimostrando poi: $\neg Q \rightarrow P$ per ipotesi non è vero che $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ è razionale.

$\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ essendo irrazionale può essere usato come valore di a, e come valore di b possiamo prendere $\sqrt{2}$. Otteniamo quindi:

$$a^b = (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot 2 = 2$$

Il numero 2 è intero quindi razionale e questo dimostra P.

Non possiamo mostrare quindi un esempio concreto dei due numeri cercati, ma possiamo dire che la proposizione è vera. Importante ricordare che la dimostrazione fa uso della legge del terzo escluso; ciò comporta che non sia valida nel contesto di una logica più debole.

¹⁴ Numero razionale è un numero ottenibile come rapporto tra due numeri interi, un numero irrazionale è un numero reale non razionale.

Cercando di collocare queste considerazioni nell'alveo della teoria freudiana si possono quindi interpretare le dimostrazioni non costruttive come innovazione dell'Io che l'Es non può maneggiare in modo corretto, almeno rispetto al suo rapporto con la negazione. Questo ragionamento è profondamente legato al concetto di Vero che ha diverse rappresentazioni. Le rappresentazioni sono manifestamente differenti tra Io ed Es. È di estremo interesse, rispetto a questo punto di vista, analizzare questo brano del saggio *La negazione* di Freud:

Un grazioso corrispettivo di questa prova si produce spesso nel nevrotico ossessivo che sia già stato iniziato alla comprensione dei suoi sintomi: «Mi è venuta una nuova idea ossessiva. Ho pensato lì per lì che potesse significare esattamente questo... Ma no, questo non può certo essere vero, altrimenti non mi sarebbe potuto venire in mente».¹⁵

In questo caso il ragionamento per assurdo si basa sulla consapevolezza che la censura impedisce a idee inaccettabili di giungere alla coscienza.

- X è un'idea ossessiva;
- mi sono accorto che X è un'idea ossessiva;
- una generica idea ossessiva Y implica che venga censurata.

Quindi dovrei avere contemporaneamente le due condizioni:

- X è accessibile alla coscienza e
- X non è accessibile alla coscienza.

Rispetto alla teoria quindi, la coscienza rigetta come falsa l'idea, ma lo strumento che utilizza non risulta efficace per l'inconscio.

3.5 Dinamica e struttura

In Freud è centrale il concetto di forza e l'idea dinamica della mente. L'attività della pulsione viene descritta come forza costante (anche se nel contesto viene trattata come forza continua) e l'attività di Io ed Es sono rappresentate come forze impulsive (urti o dighe). Come è possibile conciliare la visione dinamica con la visione algebrica e logica delle strutture? Seguendo la teoria dei sistemi dinamici questo collegamento risulta in verità molto naturale. Parlando della dinamica classica, le leggi di Newton (e le varie generalizzazioni) inducono strutture e concetti che «generano»: algebra, topologia e morfismi. La soluzione di un'equazione dinamica (equazione del moto) può essere vista come gruppo¹⁶ di elementi che trasformano la posizione del punto nel momento iniziale e la trasportano in quella che corrisponde ad un tempo t nell'asse del tempo (quindi nel passato e nel futuro). Le equazioni di Newton sono poi invarianti rispetto al gruppo di Galileo (sono invarianti rispetto a tutti i sistemi di riferimento

¹⁵ Freud S. (1925), *La negazione*, OSF vol. X, p. 197.

¹⁶ La parola *gruppo* viene qui usata come termine tecnico e indica una ben definita struttura algebrica.

inerziali). Il gruppo di Lorentz invece caratterizza le equazioni dell'elettromagnetismo e della relatività ristretta. Un altro esempio interessante, tra i molti, è legato alla formulazione di Hamilton delle leggi del moto. La funzione di Hamilton H che rirappresenta l'equazione $F=ma$ (la mia è una cruda semplificazione ma non scorretta) porta alla rappresentazione del problema dinamico in spazi $2n$ dimensionali dove è definita (in modo naturale) un'operazione di prodotto simplettico, un'operazione particolare che rispetta la regola: $[a, b] = -[b, a]$ (cambiando l'ordine degli elementi il segno del prodotto si inverte). Inoltre, più in generale, la rappresentazione matematica dei sistemi dinamici induce il concetto di simmetria. I concetti di simmetria sono legati all'invarianza rispetto ad alcune operazioni algebriche. Anche il concetto di forma è intrinseco alla rappresentazione dinamica. Risulta evidente ad esempio nella legge di gravitazione universale $F_{grav} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ che, per quanto riguarda il caso di un elemento di massa m_1 che gravita attorno ad un elemento di massa m_2 con, induce quattro tipi di orbite, cioè di forma: circolare, ellittica, parabolica, iperbolica. Non è affatto banale capire come e se la dinamica freudiana generi le strutture che stiamo cercando di raccontare, ma è molto sensato che si possa trovare questo tipo di relazione (quindi guardare queste strutture aiuta a capire come potrebbe essere descritta la dinamica).

4. Il calcolo

L'utilità di un'algebra in matematica è legata anche alla possibilità di effettuare concretamente i calcoli. La descrizione delle operazioni è, in generale, un concetto separato dagli algoritmi di calcolo.

Prendendo ad esempio la divisione $a:b$, si può definire il risultato della divisione numero c che rispetta la regola $b \cdot c = a$ senza definire esplicitamente l'algoritmo. Un altro esempio storicamente importate è la definizione di «primitiva» per quanto riguarda il calcolo integrale. Per una funzione $f(x)$ la funzione primitiva è la funzione $g(x) = \int f(x)dx$ che derivata rispetta l'uguaglianza $\frac{dg(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \int f = f(x)$ senza concedere nessun indizio su come si possa effettuare il calcolo.¹⁷ In un certo senso anche in matematica, se un concetto non viene incarnato in un rappresentante *tangibile*, è difficile da gestire se si ha la necessità di *fare i conti*.¹⁸ Ma come si effettua il «calcolo» in metapsicologia? Se per Freud le regole del calcolo sono generali, la loro applicazione è legata al singolo individuo

¹⁷ La storia della ricerca dei metodi di integrazione è vasta e articolata.

¹⁸ «Ne tirai fuori un primo pugno e sentii che ne restavano ancora due o tre. Una sorta di solletico, di lievissima agitazione, mi scaldò la mano. La aprii e vidi che c'erano trenta o quaranta dischetti. Avrei giurato che non fossero più di dieci. Li posai sul tavolo e presi gli altri. Non ebbi bisogno di contarli per vedere che si erano moltiplicati. Li riunii tutti in mucchio e cercai di contarli uno per uno. Questa semplice operazione si rivelò impossibile». Borges J. L. (2004), *Il libro di sabbia*, p. 125.

e alle sue strutture mentali. Un importante strumento è l'associazione libera. Le singole componenti vengono scomposte o composte mediante l'associazione e poi si cerca di trovare nuove strutture equivalenti con il materiale emerso.

Il sogno era privo di affetti, sconnesso, incomprensibile; mentre sviluppo pensieri che stanno dietro di esso, avverto moti affettivi intensi e ben fondati; i pensieri stessi si saldano d'incanto in catene *logicamente congiunte*, nelle quali determinate rappresentazioni figurano ripetutamente come elementi centrali.¹⁹

È importante rimarcare queste due componenti: una universale legata alle operazioni e una per così dire locale legata al calcolo. Un dualismo del genere è presente anche in matematica; la definizione delle regole porta a strutture che emergono solo dal calcolo. Un esempio è dato dagli assiomi dei numeri naturali (regole generali) e i numeri primi (componente che emerge). Risulta importante chiarire che il concetto di calcolo è da intendere in modo non necessariamente aritmetico. Un esempio di calcolo può essere la derivazione logica. Si può affermare ad esempio che la conseguenza mirabile è vera in logica classica perché si possono utilizzare delle operazioni e dimostrare che è equivalente a Vero. Il seguente calcolo (presentato in maniera non totalmente formale per non appesantire la lettura) rappresenta una delle possibili strade per ottenere il risultato.²⁰

$$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$$

equivalente a:

$$(\neg\neg A \vee A) \rightarrow A$$

Che per la doppia negazione diventa:

$$(A \vee A) \rightarrow A$$

$$A \rightarrow A$$

$$\neg A \vee A$$

Che è vera.²¹

Nel caso specifico poi è interessante vedere un esempio concreto del fatto che la logica classica è equivalente ad altre strutture formali. Una delle equivalenze è esplicitata dai polinomi di Zhegalkin che forniscono una mappa tra le regole

¹⁹ Freud S. (1900), *Il sogno*, OSF vol. IV, p. 11, corsivo mio.

²⁰ La freccia \rightarrow significa implicazione, il simbolo \neg negazione e il simbolo \vee disgiunzione logica.

²¹ Se si accetta la legge del terzo escluso, A o non A.

logiche e l'algebra delle classi di resto modulo 2 (\mathbb{Z}_2).²²

Questo è un caso dove due regni diversi, che si sono sviluppati in modo storicamente relativamente autonomo, mostrano legami profondi.²³

$$(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$$

$$\simeq ((1 - a) \cdot a + (1 - a) + 1) \cdot a + ((1 - a) \cdot a + (1 - a) + 1) + 1 =$$

$$a^2 + a + 1 = 2 \cdot a + 1 = 1$$

In questa rappresentazione il valore 1 rappresenta Vero. Inoltre è interessante in questo caso pensare a un ribaltamento; non è vero solamente che il calcolo algebrico equivale al calcolo logico (quindi per dimostrare che una proposizione logica è vera è possibile utilizzare l'aritmetica), ma è anche vero il contrario; implicitamente quando dimostro logicamente che un'affermazione è vera dico che una certa classe di polinomi è dispari per qualsiasi valore intero delle sue variabili (1 in \mathbb{Z}_2). Rispetto a questo tema risulta affascinante guardare come Freud cerca di descrivere l'operazione sottostante all'esempio della parola «familiari» nel motto di spirito che abbiamo visto in precedenza.²⁴

F	A	M	I	L	I		A	R	I	
		M	I	L	I	O	N	A	R	I
F	A	M	I	L	I	O	N	A	R	I

Sembra che il tentativo sia di mimare l'algoritmo di somma in colonna mutuato dall'aritmetica.

5. Le operazioni

Si possono schematizzare alcune operazioni evidenziate da Freud:

- la condensazione e scomposizione del soggetto;
- la sostituzione e lo spostamento;

²² $a \rightarrow b$ diventa $ab + a + 1$, $a \wedge b$ diventa $a \cdot b$, $a \vee b$ diventa $ab + a + b$ e $\neg a$ diventa $(1 - a)$.

²³ Questo esempio risulta importante anche rispetto alla legittimità di una formalizzazione algebrica; il linguaggio logico è uno strumento naturale per trasporre in modo formale componenti dell'analisi; quindi se, a valle di una formalizzazione di questo tipo, è possibile avere un passaggio che mappa l'oggetto logico in oggetto algebrico, si ottiene un ponte tra concetti e algebra.

²⁴ Freud S. (1905), p. 16.

- l'inversione;
- l'equivalenza e la sovradeterminazione;
- la rimozione e la negazione.

Ognuna di queste evidenzia delle similitudini rispetto all'universo di strumenti/oggetti matematici. Scopo di questa sezione è quindi di analizzarle nel dettaglio e, quando possibile, mostrare degli esempi legati ai testi freudiani.

– *Condensazione, scomposizione soggetto*: dove un elemento è la fusione di più componenti oppure un singolo elemento ha più rappresentazioni. Questi due processi hanno un parallelismo notevole con le operazioni di congiunzione e disgiunzione in logica (\wedge e \vee), con l'unione e l'intersezione in insiemistica (\cup e \cap), con somma e prodotto, mcm e MCD in aritmetica. Più in generale i collegamenti possono essere cercati in algebre particolari come quella di Heyting²⁵ che è condivisa da questo tipo di operazioni.

In questo stadio si trova attualmente la barba del mio amico R.; del resto anche la mia, noto con rincrescimento. Il viso che vedo in sogno è, nello stesso tempo, quello del mio amico R. e quello di mio zio. È come una delle fotografie sovrapposte di Galton, che per stabilire somiglianze familiari faceva fotografare più visi sulla stessa lastra. Non c'è più dubbio, dunque: sono veramente dell'opinione che l'amico R. sia un deficiente, come mio zio Josef. [...] Il sogno procede in questo modo: fa di R. un deficiente, di N. un colpevole, mentre io non sono né l'uno né l'altro, quindi non abbiamo più nulla in comune: posso aspettare con gioia la mia nomina e sfuggo alle penose conseguenze che avrei dovuto trarre per la mia persona da quanto l'alto funzionario ha reso noto a R.²⁶

In questo caso R e N,²⁷ amici di Freud, condividono con lui (in una sorta di intersezione insiemistica) alcune caratteristiche (ebrei, non accettati alla cattedra di «professor extraordinarius»). Le due persone portano nella scena due altre caratteristiche: R è deficiente e N è accusato di qualcosa. Il concetto *unione* delle caratteristiche dei due (deficiente, accusato, ebreo) porta lo zio Josef, che ne è un prototipo. Interessante anche il seguente esempio, non legato ad una rappresentazione onirica:

L'attacco è reso oscuro perché l'ammalata tenta di svolgere l'attività delle due persone che compaiono nella fantasia, vale a dire ricorre a *identificazione multipla*. Vedasi, ad esempio, il caso che ho citato nel mio scritto *Fantasie isteriche e loro relazione con*

²⁵ L'algebra di Heyting è una particolare algebra che si basa su una struttura di reticolo e che si ritrova come elemento cardine in strutture appartenenti a discipline differenti della matematica come: logica, topologia, geometria e teoria delle categorie.

²⁶ Freud S. (1889), *L'interpretazione dei sogni*, OSF vol. III, pp. 134-137.

²⁷ I due personaggi citati con l'iniziale assieme allo zio Josef.

la bisessualità [...] nel quale la malata (nella parte di uomo) con una mano si strappa di dosso le vesti, mentre con l'altra (nella parte della donna) le stringe a sé.²⁸

– *Sostituzione, spostamento*: sono associabili direttamente al concetto di cambio di variabile.

Possiamo respingere definitivamente quest'obiezione fondandoci sui risultati della psicoanalisi in soggetti nevrotici. Si giunge infatti alla conclusione che lo spostamento – che sostituisce materiale psichicamente significativo con materiale indifferente (sia nell'attività del sognare sia in quella del pensare) – ha avuto luogo in questo caso in periodi precedenti, ed è rimasto fissato da quel momento nella memoria. Quegli elementi, che erano in origine indifferenti, non sono più indifferenti, da quando appunto hanno assunto, mediante lo spostamento, valore di materiale psichicamente significativo. Ciò che è effettivamente rimasto indifferente non può più essere riprodotto neppure nel sogno.²⁹

Nella risoluzione degli integrali indefiniti in analisi matematica viene spesso ripetuta l'idea che l'integrazione (cioè l'atto di trovare una primitiva partendo da una funzione integrale) è un'arte. Una componente di quest'arte è sicuramente lo strumento del cambio di variabile.

Anche in questo caso la tecnica serve per trasformare un oggetto che non si sa maneggiare direttamente in uno equivalente su cui si sa lavorare:

Partendo dalla ricerca della primitiva dell'integrale:

$$\int \sqrt{1-t^2} dt$$

utilizzando la sostituzione:

$$t = \sin(x); dt = \cos(x)dx$$

passa dall'oggetto di sinistra a quello di destra che è più gestibile con concetti noti:

$$\int \sqrt{1-t^2} dt = \int \sqrt{1-\sin^2(x)} \cos(x) dx = \int \cos^2(x) dx$$

e che si riesce a sciogliere (eseguire l'operazione sottintesa al simbolo di integrazione \int) in:

$$\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4} + c$$

²⁸ Freud S. (1908), *Osservazioni generali sull'attacco isterico*, OSF vol. V, p. 442.

²⁹ Freud S. (1899), p. 173.

Interessante notare che nell'integrale iniziale non è evidente nessuna funzione trigonometrica mentre nel risultato (la primitiva) è presente $\sin(2x)$ (la funzione seno era celata). Freud fornisce un ottimo esempio di soggetto che utilizza la sostituzione come nel caso seguente.

Tutto l'essenziale si è preservato, perfino ciò che sembra completamente dimenticato è ancora presente in qualche guisa o da qualche parte, solo che è sepolto, reso indisponibile all'individuo. Come è noto, si può addirittura mettere in dubbio che una formazione psichica qualsivoglia possa davvero andar soggetta a completa distruzione.³⁰

Che mediante un cambio di soggetto diventa:

Di tutte le false credenze e superstizioni che l'umanità reputa di aver superato non ce n'è una di cui non sopravvivano residui ancora oggi tra noi, o negli strati più infimi dei popoli civilizzati, o, addirittura, negli strati più elevati della società civile. Le cose, una volta venute al mondo, tendono tenacemente a rimanervi. Talora verrebbe perfino da dubitare che i draghi preistorici si siano davvero estinti.³¹

– *Inversione*³² (soggetto-oggetto, temporale, attivo-passivo): sottintende un concetto (debole) di implicazione (freccia) che ammette l'inversione o in algebra un'operazione non necessariamente commutativa. «Quell'uomo ha un grande avvenire dietro di sé». «Avvenire» implica futuro, maggiore di oggi. «Dietro di sé» implica passato, minore di oggi. Si può accettare il paradosso o cercare di razionalizzarlo spostando la frase nel passato, aveva un grande avvenire nel passato (che implica pragmaticamente che non l'avrà nel futuro).

Non meno sconcertante e ingannevole è poi il *rovesciamento dell'ordine cronologico* all'interno della fantasia raffigurata, ciò che a sua volta trova pieno riscontro in taluni sogni, che cominciano con la fine dell'azione per poi concludersi con il suo inizio. Così, ad esempio, un'isterica ha una fantasia di seduzione nella quale si trova seduta a leggere in un parco con la veste un po' rialzata, che lascia intravedere il piede; le si avvicina un signore che le rivolge la parola; insieme vanno poi in un altro luogo e hanno un rapporto amoroso. Questa fantasia viene recitata nell'attacco iniziando con lo stadio convulsivo, che corrisponde al coito, dopo di che ella si alza, va in un'altra stanza, si siede a leggere e quindi risponde a un discorso immaginario che le viene rivolto.³³

³⁰ Freud S. (1937b), *Costruzioni nell'analisi*, OSF vol. XI, p. 544.

³¹ Freud S. (1937a), *Analisi terminabile e interminabile*, OSF vol. XI p. 512.

³² «Così gli ultimi saranno primi, e i primi ultimi.» (Matteo 20,1-16).

³³ Freud S. (1908), p. 442.

Rispetto a questo tema è utile tornare a discutere di logica in senso generale. Il concetto di implicazione è strettamente correlato al concetto di relazione d'ordine. Le relazioni d'ordine prima-dopo, minore-maggiore, contenuto-contenente, e «se a allora b» sono strettamente affini. Data questa affinità sembra quindi non insensato che una relazione possa essere ri-rappresentata mediante le altre.

– *Equivalenza e sovradeterminazione*: un concetto può avere più rappresentazioni e un'immagine dell'Es può contenere più significati dell'Io. Come ad esempio un numero razionale può essere rappresentato da più frazioni:

$$q = 2/3 = 6/9 = 120/180$$

in questo caso la classe di equivalenza è definita dalla relazione:

$$p_1/q_1 \equiv p_2/q_2 \leftrightarrow p_1 \cdot q_2 = p_2 \cdot q_1$$

Un esempio di equivalenza può essere trovato in una struttura più esotica, i numeri surreali. Tale esempio permette di fare una digressione interessante. Il concetto di numero in matematica non è scritto sulla pietra, tende ad espandersi ed è un esempio affascinante di un processo più generale. Infatti, i concetti partono da pochi esempi concreti e nel tempo acquisiscono oggetti affini che condividono buona parte delle caratteristiche degli oggetti iniziali. Nell'espansione i vincoli si allentano e, se le condizioni sono propizie, è possibile che i concetti si emancipino rispetto agli oggetti di partenza. I numeri surreali sono un'estensione del concetto di numeri reali (i numeri che rappresentano i punti su una retta), che a loro volta sono il risultato di una serie di estensioni che parte dagli interi positivi (inizialmente senza lo zero). La nascita dei numeri surreali è molto innocente e il loro scopo è quello di modellizzare alcuni tipi di giochi (tecnicamente i «giochi combinatori partigiani», ad esempio il tris). Questi oggetti hanno due operazioni come i numeri reali e contengono un insieme di elementi che ha la stessa struttura dei numeri reali (contengono i reali sotto una differente veste) quindi probabilmente sono dei numeri.³⁴

Questi oggetti sono composti da due parti, un insieme destro e uno sinistro. Gli insiemi contengono numeri surreali (la definizione è quindi ricorsiva).³⁵ Esiste

³⁴ Se sembra un'anatra, nuota come un'anatra, starnazza come un'anatra, allora probabilmente è un'anatra. La generalizzazione del concetto di pulsione sessuale presente in Freud potrebbe essere vista come affine alla generalizzazione del concetto di numero.

³⁵ La forma dei numeri surreali è quindi molto inusuale: sono coppie di insiemi che contengono coppie di insiemi. Se si riflette però che anche i numeri razionali sono rappresentati da coppie di valori (numeratore e denominatore), anche in questo senso,

un'importante relazione di equivalenza dei numeri surreali: se due numeri hanno lo stesso estremo superiore dell'insieme di sinistra e lo stesso estremo inferiore di quello di destra allora sono equivalenti.

$$\{\{1,3,5\}\{7,101\}\} = \{5|7\}$$

Rispetto all'equivalenza e sovradeterminazione, è interessante notare che ognuno di questi numeri rappresenta delle possibili partite di un gioco.³⁶ È utile tenere a mente che gli oggetti possono appartenere a più classi di equivalenza definite da diverse relazioni.

– *Rimozione, negazione e complementare.* Concetto decisamente complesso nella teoria di Freud. Le operazioni di rimozione, negazione e complementare sono legate ai concetti di negazione logica, inverso algebrico e complemento insiemistico. Occorre distinguere l'operazione comune tra Io ed Es di poter ideare l'inverso o il contrario di un concetto e l'operazione di negazione, per come viene definita ad esempio nel saggio *La negazione*,³⁷ che è uno strumento esclusivo dell'Io e che si fonda sul concetto di Verità di una certa costruzione inteso come aderenza ad un concetto di realtà univoca.

Dato che è compito della funzione del giudizio intellettuale affermare o negare i contenuti ideativi, le osservazioni precedenti ci hanno portato a considerare l'origine psicologica di questa funzione. Negare alcunché nel giudizio è come dire in sostanza: «Questa è una cosa che preferirei rimuovere.» La condanna è il sostituto intellettuale della rimozione, il suo «no» un contrassegno della stessa, un certificato d'origine, all'incirca come il «made in Germany». Mediante il simbolo della negazione il pensiero si affranca dai limiti della rimozione e si arricchisce di contenuti che gli sono indispensabili per poter funzionare.³⁸

Il «reale» vive quindi in uno spazio con regole stringenti rispetto al concetto di verità (il Vero, in questo caso, è il «certificato» di cui parla Freud).

In un'esposizione della teoria della rimozione bisognerebbe indicare che un pensiero incorre nella rimozione, per il concorso di due momenti che lo influenzano. Da un lato esso viene respinto (dalla censura della coscienza), dall'altro lato esso viene attratto (dall'inconscio), nello stesso modo in cui si giunge sulla cima della grande piramide. Vedi il mio saggio *La rimozione*.³⁹

la definizione generalizza qualcosa di già noto.

³⁶ La relazione di equivalenza è legata all'esito di questi giochi se si parte dal presupposto che i due giocatori giochino nel modo migliore.

³⁷ Vedi Freud S. (1925).

³⁸ *Ivi*, p. 198.

³⁹ Freud S. (1899), nota p. 500.

È d'obbligo qui un breve accenno ad un meccanismo che permette di mantenere una sorta di unicità locale di un concetto rispetto al suo complementare, permettendo all'Io, al contempo, in un contesto globale, di tenere come vere (in un certo senso) entrambe le rappresentazioni. Il meccanismo è quello della scissione dell'Io ed è espresso in modo molto chiaro nel saggio *La scissione dell'Io nel processo di difesa* (1938). Il concetto di rimozione, per salvaguardare il principio di realtà, è molto affine e la scissione dell'Io ha un chiaro parallelismo con la salvaguardia della coerenza all'interno della matematica mediante scissione delle strutture. Esempio molto semplice è la scissione delle geometrie in: euclidea, iperbolica, parabolica. Le diverse geometrie condividono tutti gli assiomi tranne quello delle parallele. Data l'incompatibilità delle tre rappresentazioni delle parallele, si salvano tutte le possibilità in modelli alternativi. Mondi matematici differenti con regole differenti. La nascita per scissione rispetto ad assiomi o definizioni è presente in ogni settore della matematica.

6. Gli errori di calcolo

In un'algebra ci sono strumenti di calcolo che, utilizzati in modo scorretto, portano potenzialmente a risultati sbagliati. Freud mette in guardia rispetto all'utilizzo scorretto di strumenti.

Quando l'isterico si meraviglia di essere costretto ad avere tanta paura di un'inezia, oppure il soggetto che soffre di rappresentazioni ossessive del fatto che da una cosa da nulla gli sorga un rimprovero tanto penoso, sbagliano entrambi, in quanto prendono il contenuto rappresentativo – l'inezia o il nonnulla – per l'essenziale, e si difendono senza successo facendo di questo contenuto il punto di partenza del loro lavoro mentale.⁴⁰

Un buon esempio di errore di calcolo che porta a risultati paradossali è la divisione per zero.⁴¹ Partendo da due oggetti uguali:

$$x^2 - x^2 = x^2 - x^2$$

si può provare a trattare in modo diverso l'elemento a sinistra dell'uguale rispetto a quello di destra:

$$(x + x) \cdot (x - x) = x \cdot (x - x)$$

Rispetto a questa nuova rappresentazione si è fatto emergere un elemento che potrebbe sembrare formalmente innocuo, ma che, come un diavolo vestito da persona perbene, è uno zero mascherato (per ogni x , il termine $x - x$ è inesorabil-

⁴⁰ Freud S. (1899), p. 422.

⁴¹ Questo tema porterebbe naturalmente a parlare del concetto di infinito che però, data la sua estensione, ci porterebbe via troppo tempo.

mente uguale a zero). Dato che questo zero mascherato è presente a destra e a sinistra si può elidere

$$2x = x$$

si può fare lo stesso per il termine x :

$$2 = 1$$

e ci si ritrova con un'enigmatica uguaglianza falsa. Un tentativo di formalizzazione degli strumenti freudiani metapsicologici e di analisi può portare all'effetto collaterale di riuscire a riconoscere operazioni potenzialmente errate.

7. Macrostruttura e basi

Mutuando dal pensiero matematico scientifico l'approccio, a sua volta mutuato dal pensiero naturale, ci sono due direzioni che devono essere indagate e integrate nel discorso: le macrostrutture e gli elementi di base.

7.1 Macrostrutture

Le caratteristiche delle rappresentazioni sono affini a quelle di classi di equivalenza, ma anche i concetti (oggetti, proprietà e connessioni) non sono delle isole. Seguendo Freud, i collegamenti sono possibili e presenti tanto che, se si seguono strade non corrette,⁴² si possono sbagliare le interpretazioni.

Anche i singoli oggetti utilizzati dalle rappresentazioni sono condivisi; Freud parla di opportunismo del sogno che ruba oggetti per rappresentare i concetti,⁴³ ed è facile trovare termini o immagini ambigue appartenenti contemporaneamente a più concetti e contesti (l'idea di contesto meriterebbe un approfondimento ulteriore). È verosimile quindi cercare macrostrutture nello spazio dei concetti dell'Io e dell'Es. Una domanda che ci si può porre (e a cui tenderei a dare una risposta affermativa) è la seguente: le strutture composte da concetti sono ancora concetti?⁴⁴

Un importante esempio matematico può venire dai gruppi simmetrici (che hanno un ruolo fondamentale in algebra grazie al teorema di Cayley).⁴⁵ I gruppi

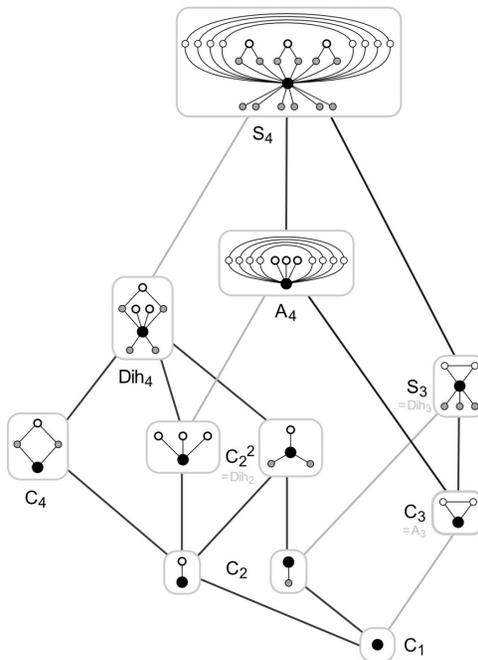
⁴² La mente può seguire solo le strade che può potenzialmente seguire.

⁴³ «Quei sogni erano caratterizzati dal fatto che gli uomini o le cose non rappresentavano sé stessi ma qualcos'altro, qualcosa di molto lontano e niente affatto reale, in un certo senso qualcosa di astratto.» Schnitzler A. (1981), *Fuga nelle tenebre*, p. 60.

⁴⁴ La domanda è affine al chiedersi se una collezione di insiemi è ancora un insieme.

⁴⁵ Ogni gruppo è isomorfo a un sottogruppo di un gruppo simmetrico. Il teorema afferma che qualsiasi struttura matematica che ha le caratteristiche di un gruppo ha la stessa struttura di qualche gruppo contenuto in qualche S_n . La collezione degli S_n contiene quindi l'insieme di tutte le possibili forme che può prendere un gruppo.

simmetrici S_n (n rappresenta l'ordine) sono i gruppi di permutazioni di n elementi. Se si hanno n elementi distinti, ci sono vari modi di permutarli ed è possibile comporre due permutazioni (leggi che dicono come scambiare gli oggetti). La composizione di permutazioni è un'operazione che rispetta i vincoli della struttura di Gruppo. In un gruppo S_n ci sono degli elementi che formano tra di loro dei sottogruppi, cioè che sono chiusi rispetto all'operazione di composizione (in modo simile ai concetti equivalenti visti precedentemente). Questi gruppi, come i concetti, hanno una struttura interna. Da questo punto di partenza si può cercare di analizzare la struttura dei sottogruppi. Il problema è molto profondo; quindi il grafico seguente rappresenta solo una suggestione per un successivo approfondimento. È rappresentato un reticolo⁴⁶ che orientativamente si legge in verticale. Nell'estremo superiore è rappresentato l'intero gruppo S_4 , mentre andando verso il basso sono presenti i sottogruppi, e gli archi indicano che l'elemento più in basso è strettamente contenuto in quello più in alto. L'elemento più in basso è la permutazione banale, quella che non sposta nessun elemento (equivalente dello zero per la somma e dell'uno per il prodotto).



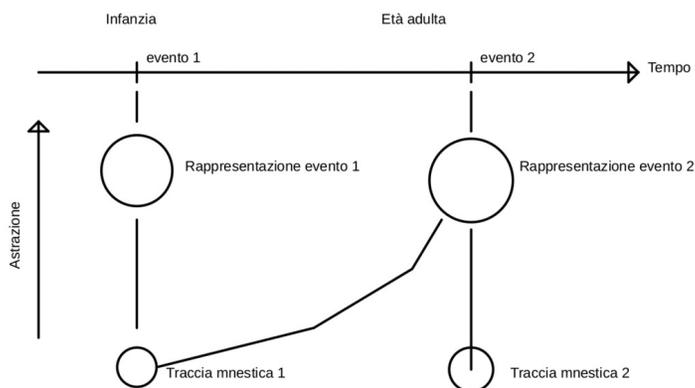
[Figura 2]

⁴⁶ Il reticolo è un'affascinante struttura matematica; data la sua definizione con pochi vincoli si ritrova in molte parti delle strutture matematiche.

I reticoli contengono il concetto di relazione d'ordine parziale. Se si immaginano i concetti inseriti in un reticolo sarebbe sensato che un possibile ordine sia il grado di astrattezza.⁴⁷

7.2 Concetti di base

L'altro estremo è rappresentato dagli elementi di base dei concetti. Freud cita le tracce mnestiche come fondamento su cui si basano concetti più astratti e chiarisce che il lavoro di creazione di nuovi concetti sfrutta il riutilizzo di concetti vecchi. Ritorna in questo caso l'idea di relazione d'ordine del livello di astrazione e si identifica quindi una classe di concetti di base.⁴⁸ La stratificazione dei concetti diventa quindi una sorta di processo il cui obiettivo è il riutilizzo del materiale: questo ha il vantaggio di rendere economica la creazione di nuovi concetti. Questo punto di vista è compatibile con l'analisi, dove un concetto/argomento mostra spesso collegamenti a strutture sempre più essenziali (meno articolate) e l'essenzialità è in qualche modo correlata alla temporalità delle strutture (le strutture dell'infanzia sono spesso identificabili come centri di aggregazione dei concetti). Ad esempio: un evento durante l'infanzia può generare una traccia mnestica che in età adulta servirà come componente per la rappresentazione di un nuovo evento.



[Figura 3]

⁴⁷ Questo tema è sicuramente da approfondire e sarà solo brevemente trattato nel paragrafo seguente.

⁴⁸ «E cosa sono i presentimenti? Nient'altro che ragionamenti nell'ambito dell'inconscio. La logica nel metafisico, si potrebbe forse chiamarli. Noi parliamo invece di rappresentazioni ossessive! Se siamo autorizzati a farlo, se questo termine – come parecchi altri – non rappresenti una realtà scappatoia – un rifugiarsi nel sistema per sfuggire alla irrequieta molteplicità dei casi singoli –, questa è un'altra questione.» Schnitzler A. (1981), *Fuga nelle tenebre*, p. 60.

Anche in questo caso il concetto di base è fondativo, dall'algebra alla topologia all'analisi. Un concetto a cavallo tra la fisica e la matematica può fornire un'analogia interessante. Il concetto è il centro dell'analisi armonica, cioè la trasformata di Fourier. In modo molto semplificato, la trasformata di Fourier destruttura (come nel caso dei numeri primi visto in precedenza) una funzione e la rappresenta come somma di funzioni armoniche. Se la funzione rappresenta un'onda sonora, le singole armoniche possono essere interpretate come i suoni puri (a una singola frequenza). In questo caso la base è rappresentata dalle frequenze pure. La rappresentazione risulta molto efficace e generalizzabile in matematica e fisica. Il caso metapsicologico in realtà ammette rappresentazioni e basi multistrato. È in un certo senso affine alle tecniche molto efficaci di *deep neural network* attuali ma, a mio parere, presenta differenze non marginali che lo rendono potenzialmente più interessante.⁴⁹

8. Congetture e costruzioni

Una parte importante della teoria freudiana che ha un forte parallelismo con un concetto matematico (in questo caso un concetto legato all'evoluzione della matematica) è la costruzione. Nel metodo freudiano la costruzione è un tipo di ipotesi sensata rispetto agli indizi che viene proposta alla persona in analisi.

Il suo lavoro di costruzione o, se si preferisce, di ricostruzione, rivela un'ampia concordanza con quello dell'archeologo che dissotterra una città distrutta e sepolta o un antico edificio.⁵⁰

Così come in matematica la congettura è una proposizione che ha una discreta probabilità di essere vera e che ha una certa importanza rispetto ai concetti che possono essere costruiti su di essa, così la costruzione può essere confermata – sia con un atteggiamento positivo, sia con il recupero di un ricordo –, rigettata o ignorata. In matematica spesso si fanno delle congetture che, se hanno senso rispetto agli indizi, acquisiscono sostenitori e detrattori, e si cercano percorsi per dimostrarle o confutarle. Rispetto agli strumenti logico/matematici una congettura è una proposizione che può risultare vera, falsa ma anche indimostrabile. Un aspetto interessante della congettura è che indirizza la ricerca in funzione della sua conferma o confutazione, quindi crea ragionamenti/analisi in questa ricerca e permette di effettuare ragionamenti nelle ipotesi che la congettura sia vera o falsa. L'effetto è come quello di un magnete che orienta le cariche; nello stesso modo l'ipotesi dell'analista accende un percorso mentale e, come dice Freud, può anche far «risalire» alcuni ricordi.

⁴⁹ Questo tema è decisamente vasto e non può essere trattato in poche righe, ma spero di potervi dedicare un approfondimento in futuro.

⁵⁰ Freud S. (1937b), p. 543.

Questo fenomeno si verificava sia in sogni immediatamente successivi alla comunicazione, sia in stati di fantasticheria della veglia. Giacché a questi ricordi in quanto tali non veniva connesso nient'altro, sembrò naturale concepirli come l'esito di un compromesso. La «spinta ascensionale» del rimosso, resa attiva dalla comunicazione della costruzione, aveva inteso portare alla coscienza quelle importanti tracce mnestiche; ma una resistenza era riuscita, se non proprio ad arrestare questo movimento, almeno a spostarlo su oggetti adiacenti e di secondaria importanza.⁵¹

Un esempio molto famoso è l'ipotesi di Riemann: sul semipiano complesso

$$\Re(s) > 1$$

la funzione:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

abbia zeri (valori di s per cui $\zeta(s) = 0$) non banali (gli zeri banali sono: $s = -2, s = -4, s = -6, \dots$) solo sulla retta nel piano complesso $s = 1/2 + i \cdot t$. Per quanto possa sembrare a prima vista molto criptica e specialistica, questa congettura ha un impatto molto forte su vari settori della matematica ed è molto sensata dal punto di vista degli indizi. Una fondamentale (termine non casuale) conseguenza dell'eventuale correttezza della congettura è che implica la casualità della distribuzione dei numeri primi. In altre parole porta a dimostrare che non esiste un *pattern* generale nella distribuzione dei numeri primi. Teniamo conto che una parte dei sistemi crittografici moderni si basano su questa congettura, e quindi essi non sono sicuri perché sia dimostrato che non ci possa essere un attacco legato all'algebra, ma per «fede». Una congettura significativa ha il potere della costruzione valida senza recupero del ricordo. Su di essa si può sviluppare del pensiero matematico stabile anche se la congettura non è dimostrata.

In sua vece, se l'analisi è stata svolta correttamente, otteniamo in lui un sicuro convincimento circa l'esattezza della costruzione; ebbene, tale convincimento, sotto il profilo terapeutico, svolge la stessa funzione di un ricordo recuperato.⁵²

Congettura matematica e costruzione analitica condividono tutti i tratti essenziali, trasladando il concetto di verità (presente in entrambi contesti), sostituendo alla persona la comunità scientifica e al recupero di un ricordo la scoperta o ri-scoperta (interessante il fatto che si utilizzi spesso il termine «scoperta») di concetti matematici.

⁵¹ Ivi, p. 550.

⁵² Ivi, p. 549.

9. Analisi di un sogno algebrico

Data l'affinità che mostrano le decodifiche dei sogni presentate da Freud e le operazioni algebriche, è interessante provare a raccontare un'operazione algebrica come se fosse un lavoro per sciogliere un materiale onirico. Proverò quindi a immaginare un «sogno algebrico», cioè, nel caso specifico, un sistema di due polinomi e una sua decodifica/scomposizione. Questo sogno contiene due immagini complesse, e congiunte dal fatto di essere contemporanee. Le due immagini sono rappresentate da due polinomi e la congiunzione, la contemporaneità, è rappresentata dal fatto che siano legati da una moltiplicazione.⁵³ L'analisi permetterà di scomporre le componenti del sogno e di esplicitarne i nuclei. Diventerà evidente che una particolare immagine (il monomio $(x + 2)$) è componente fondativa delle due immagini. Il sogno:

$$(y^6 + 3x^3 + 2)(x^3 + 4x^2 + 17x + 10)$$

$$y^3 - 1 = x$$

Due immagini (righe). Molto intricato: la prima parte sembra essere composta da due parti e la seconda parte fornisce un'equivalenza. Per comodità è meglio dare dei nomi alle tre componenti:

$$A: (y^6 + 3x^3 + 2)$$

$$B: (x^3 + 4x^2 + 17x + 10)$$

$$C: y^3 - 1 = x$$

La seconda riga (C) suggerisce che sia necessario effettuare una sostituzione (la y è quindi un mascheramento della x), nella prima però è necessario ribaltare l'equazione rispetto a y:

$$C': y = (x + 1)^{1/3}$$

Sostituendo la prima riga diventa:

$$(x^2 + 5x + 6)(x^3 + 4x^2 + 17x + 10)$$

$$A' \cdot B$$

⁵³ Ricordo che nella rappresentazione numerica della logica classica la congiunzione \wedge è rappresentata dal prodotto \cdot .

La prima parte è più semplice, l'espressione è ancora troppo confusa. È utile andare alle radici delle due parti e analizzarle separatamente:

$$A': (x^2 + 5x + 6) = (x + 2)(x + 3)$$

i fattori chiave sono ora espliciti. La seconda parte:

$$B': (x^3 + 4x^2 + 17x + 10) = (x + 1)(x + 2)(x + 5)$$

anche in questo caso i nuclei sono evidenti e, soprattutto, una delle radici ($x + 2$) è comune nelle due componenti (ricorre in due componenti differenti in modo celato).

$$(x + 2)^2(x + 1)(x + 3)(x + 5)$$

10. Conclusione

Alla fine di questa analisi la mia percezione è di essermi spinto in alcune forzature e di avere detto delle banalità. È comunque consolante il fatto che anche Freud ammette che alcune sue idee siano un po' forzate. Per quanto riguarda le banalità, un'idea può rimanere non banale quando la si comprende?

Ho la sensazione che mi dovrei vergognare di tutte queste pedanti considerazioni, giacché bisogna ammettere che il loro contenuto è conosciuto da tempo ed è ovvio. In effetti ci siamo sempre comportati come se lo avessimo conosciuto.⁵⁴

Quindi la tesi è troppo semplificata, forzata e suggestiva? Forse sì, ma credo sia un punto di partenza potenzialmente interessante, con un grado di mobilità tra gli elementi sufficiente da accettare modifiche senza perdere di validità e sufficientemente macro da ammettere gradi di approssimazione successivi. Una componente che ho tentato di far emergere, almeno in modo implicito, è anche il rapporto tra strutture e teoria delle dimostrazioni (cioè come si cerca di dimostrare una tesi) che meriterebbe un approfondimento ulteriore e, soprattutto, un'estensione a più settori. C'è un evidente punto critico in questo lavoro, l'autoreferenzialità originata dal fatto che cerco di evidenziare similitudini tra matematica e processi mentali naturali mediante l'utilizzo della matematica (che è, almeno in parte, prodotto della mente). Per il momento però questa autoreferenzialità è ineliminabile dato che non esiste un metalinguaggio terzo (il problema è anche presente nello studio della logica come oggetto matematico). La possibilità di trovare una giusta rappresenta-

⁵⁴ Freud S. (1937a), p. 509.

zione formale di un'approssimazione della metapsicologia è compito arduo ma non insensato.

Uno dei fari di questo lavoro è l'evidenza che l'algebra, il formalismo logico, la geometria di base e l'insiemistica sono facilmente comprensibili (almeno in modo intuitivo a seguito di un addestramento) anche da un bambino. Questo fatto induce a pensare che esistano componenti mentali che riproducono strutture chiave per questo compito. L'idea di formalismi simbolici e matematici è ricorrente e non è solo legata alla scienza (nel senso moderno del termine). Tra i molti esempi che si possono citare, ce n'è uno di interessante e ben rappresentato in questo stralcio di descrizione dell'arte del mistico catalano Raimondo Lullo (1232-1316) da parte della storica Frances A. Yates (1899-1981). L'arte di Lullo era un tentativo di fusione della cabbala con la religione cattolica ed era legata a operazioni in parte mutate dalla cabbala stessa (ma abbandonando l'alfabeto ebraico). La Yates descrive in questo modo l'arte di Lullo:

Questo scarso abbozzo, per quanto possa dare un'idea dell'arte, è altamente fuorviante per la sua semplicità. L'arte infatti nei suoi procedimenti è immensamente complessa: può avere forme basate su più di nove dignità, le combinazioni di segni alfabetici suggeriscono quasi una specie di algebra e vi è implicita una sorta di geometria, poiché l'arte usa tre figure, il triangolo, il cerchio e il quadrato. Chi pratica l'arte, percorrendo su e giù i livelli del creato, applica a ciascuno di essi queste figure. La geometria è simbolica: il triangolo simboleggia il divino; il cerchio rappresenta i cieli (con i quali Lullo intende sempre i sette pianeti e i dodici segni dello zodiaco); il quadrato simboleggia i quattro elementi.⁵⁵

L'obiettivo di trovare nuclei comuni di operazioni condivisi dall'inconscio, la coscienza e il sapere formale è sicuramente affascinante e in un certo senso auspicabile. Per converso (ribaltamento soggetto-oggetto) la possibilità da parte della metapsicologia di utilizzare in modo naturale un formalismo può risultare utile.

Sintesi

Osservando la metapsicologia con l'obiettivo di comprendere se sia possibile giungere ad una sua formalizzazione ci si imbatte in oggetti che risultano affini a oggetti propri della matematica. Data l'origine differente tra metapsicologia e matematica, è interessante indagare questa analogia per evidenziare strutture che potenzialmente non sono proprie delle due discipline ma della struttura della mente. Nell'articolo si cerca di creare un percorso che aiuti a evidenziare queste affinità affiancando esempi presi dalle due discipline.

Parole chiave: *metapsicologia, matematica, logica, algebra.*

⁵⁵ Yates F. A. (2002), *Cabbala e occultismo nell'età elisabettiana*, p. 16.

Bibliografia

- Arnold V. (1999), *Metodi matematici della meccanica classica*, Editori Riuniti, Roma.
- Borges J. L. (2004), *Il libro di sabbia*, Adelphi, Milano.
- Di Martino P. (2003), *Algebra*, Pisa University Press, Pisa.
- Freud S. (1889), *L'interpretazione dei sogni*, in OSF vol. III, Bollati Boringhieri, Torino.
- Freud S. (1900), *Il sogno*, in OSF vol. IV, Bollati Boringhieri, Torino.
- Freud S. (1905), *Il motto di spirito e la sua relazione con l'inconscio*, in OSF vol. V, Bollati Boringhieri, Torino.
- Freud S. (1908), *Osservazioni generali sull'attacco isterico*, in OSF vol. V, Bollati Boringhieri, Torino.
- Freud S. (1925), *La negazione*, in OSF vol. X, Bollati Boringhieri, Torino.
- Freud S. (1937a), *Analisi terminabile e interminabile*, in OSF vol. XI, Bollati Boringhieri, Torino.
- Freud S. (1937b), *Costruzioni nell'analisi*, in OSF vol. XI, Bollati Boringhieri, Torino.
- Harris M. (2014), *Mark's Little Joke Book*, Lulu.com, USA.
- Herstein I. N. (2003), *Algebra*, Editori Riuniti, Roma.
- Schnitzler A. (1981), *Fuga nelle tenebre*, Adelphi, Milano.
- Wille R. (1982), "Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts", in *Ordered sets*, a cura di Rival I., Reidel, Dordrecht (Vol. 83 of NATO Advanced Studies Institute), Boston, pp. 445–470.
- Yates F. A. (2002), *Cabbala e occultismo nell'età elisabettiana*, Einaudi, Torino.