

# Fernando Zalamea

## Géométrie, Topologie, Riemann, et les nuances vivantes de la pensée mathématique chez Bachelard (avec un contrepoint autour de Simone Weil)

### o. Introduction

Il a été désormais prouvé (voir [Alunni(a)], [Synthèse])<sup>1</sup> que Bachelard a réalisé un travail précis de réflexion sur la mathématique (voir en particulier la longue liste de thèmes techniques étudiés, soulignée par Alunni [Synthèse, 22]). Nous nous concentrerons ici sur ses commentaires (analytiques et synthétiques) sur la géométrie et la topologie (*Section 1*), avant de parcourir ses observations sur l'œuvre de Riemann (*Section 2*). Il émergera une vision forte d'une *géométrie vivante*, dont Bachelard accentue des traits majeurs : inversions, négations, abstractions, dynamismes, dialectiques, pluralités. Une sorte de *twist* bachelardien survient alors, regardant la pensée abstraite comme un fragment surrationnel *initial* qui, seulement *après*, se *projette* sur le concret. Diverses idées de Bachelard autour de la mathématique s'organisent autour de *nuances* et *dialectiques* liées à son « *twist* fondamental », et nous proposons une relecture de ces idées grâce aux procès ubiquitaires de géométrisation de la mathématique dans les dernières décennies (*Section 3*). En contrepoint avec les visions bachelardiennes, nous comparons quelques réflexions de Simone Weil sur la mathématique, effectuées au cours de ces mêmes années, dans des directions tantôt affinées, tantôt complémentaires (*Notes à pied de page*).

### 1. Aperçus géométriques et topologiques

Les études de Bachelard sur la géométrie se concentrent surtout dans sa *triade fondatrice* (*Essai sur la connaissance approchée* [1927], *Étude sur l'évolution d'un problème en physique* [1928], *La Valeur inductive de la Relativité* [1929]) et dans le

<sup>1</sup> Les références du type [nom, page] renvoient aux "Études" signalées à la fin de l'article. Les références du type [année, page] envoient aux "Ouvrages de Bachelard". Les références du type [W, tome, page] renvoient aux "Œuvres" de Simone Weil. Dorénavant, *toutes les notes numérotées en bas de page feront référence uniquement* aux travaux de Weil. On lira donc Weil comme un *basso continuo* en contrepoint avec le texte principal sur Bachelard.

premier chapitre (« Les dilemmes de la philosophie géométrique ») sur *Le Nouvel esprit scientifique* [1934]. Quelques aspects centraux de la vision bachelardienne sont les suivants : (1) spectre ample d'une « pangéométrie » où se multiplient les axiomes, les perspectives, (2) *back-and-forth* entre l'abstrait et le concret, avec une inversion vitale qui situe la pensée abstraite comme archétype originaire pour la géométrie, (3) « dédoublement » et « dialectique violente » de la pensée géométrique, entre une complexe « géométrie vivante » et une géométrie simple et limpide. À partir de ses diverses lectures et interprétations, Bachelard construit un *réseau de nuances* qui capture merveilleusement la richesse multiplicative, non réductible et non homogénéisable de la géométrie.

La « pangéométrie » [1929, 178] émerge d'un contexte où « tous les enrichissements de la pensée géométrique contemporaine sont nés d'une alternative restituée » [1929, 178]. Une *dialectique élargie* ouvre des possibilités divergentes, qui, ensuite, suivant Klein et Poincaré<sup>2</sup>, sont comprises sous « le signe d'une unité plus profonde qui doit finalement réduire le dualisme des alternatives » [1929, 178]. Ainsi, un double mouvement d'ouverture (axiomes divers) et de clôture (invariants de groupes) gouverne une « géométrie vivante » [1929, 251]. La pangéométrie, en accord avec les procédés intégraux et synthétiques dans la résolution des équations différentielles, donne « un tableau systématique de toutes les suppositions » [1934, 27], et s'ouvre sur l'étude de « la multiplicité des géométries (...) [à travers] le caractère synthétique et cohérent qui est le propre des dialectiques exactes et complètes » [1934, 27]. Entre en jeu alors une « démarche synthétique qui tend à achever le corps des relations » [1934, 30] (extraordinaire préfiguration des thèses de Lautman), et qui prend toute sa force dans l'idée de *groupe*, « base primordiale de la psychologie mathématique » [1934, 33], située « au centre de la dialectique de la raison et de l'expérience » [1934, 33-34].

Dans ce *back-and-forth* entre abstraction et concrétude, Bachelard indique comment « autour d'un groupe, on peut toujours coordonner une expérience » [1934, 39]. De cette façon, une abstraction se *projette* sur un *spectre* de réalisations concrètes, et la question *inverse*, « dans quelles conditions la géométrie peut-elle devenir un réel ? » [1929, 229], acquiert une importance primordiale. C'est alors que Bachelard souligne comment une « racine géométrique » sous-tend une « expérience de localisation » [1937, 5], comment « la physique devient une science géométrique et la géométrie une science physique » [1934, 45], et comment « la science contemporaine se fonde sur une synthèse première (...) le complexe *géométrie-mécanique-électricité* » [1934, 143] (fascinante anticipation de l'œuvre entière de Châtelet). Avec une belle métaphore, Bachelard observe que « l'esprit

<sup>2</sup> Simone Weil revient plusieurs fois sur Klein [W, VI.1, 230, 412-417] et Poincaré [W, VI.1, 346; I, 164-165; I, 350], autour de remarques sur la Relativité. À côté des deux grands géomètres, Weil souligne l'importance du « Paradis de Cantor » [W, VI.2, 487] et son enseignement primordial : « *La distinction des niveaux est chose de suprême importance. La mathématique est un excellent exercice à cet égard* » [W, VI.2, 487]. Simone insiste sur l'importance de « lire Cantor » [W, VI.2, 352] et d'« étudier Cantor » [W, VI.2, 450]. Comme nous verrons plus loin, la distinction de niveaux et les hiérarchies géométriques et ensemblistes entrent en parfait dialogue avec la « réalité feuilletée » [1940, 55] de Bachelard.

scientifique suit une progression géométrique et non pas une progression arithmétique » [1938, 27], et « l'esprit projette des schémas multipliés, une géométrie »<sup>3</sup> [1927, 24]. Néanmoins, les *nuances* se manifestent toujours, et dans une autre analyse Bachelard souligne comment une intuition physique peut aussi dominer une intuition géométrique [1928, 131] (cas des symbolismes de Lamé en physique, qui aident à expliquer ceux d'Abel et Jacobi en fonctions elliptiques [1928, 127]).

Si Bachelard présente « la rigueur comme une psychanalyse de l'intuition, et la pensée algébrique comme une psychanalyse de la pensée géométrique »<sup>4</sup> [1938, 237], il observe que « le premier principe de l'éducation scientifique me paraît, dans le règne intellectuel, cet ascétisme qu'est la pensée abstraite » [1938, 237]. De là, la géométrie acquiert ses caractères puissants de « simplicité » [1927, 14], avec une dialectique et une synthèse « plus claires, plus systématiques »<sup>5</sup> [1934, 19], liées à une certaine « limpidité de la géométrisation » [1928, 61]. D'un autre côté, les *systèmes complexes* enrichissent la vision (imaginaires en géométrie [1929, 44], géométries du non<sup>6</sup> [1929, 176], croissance des axiomes [1927, 183]), et offrent une « portée philosophique considérable »<sup>7</sup> [1929, 134]. Il apparaît alors un « *dédoubllement de la personnalité géométrique* » [1934, 26], tiraillée entre simplicité et complexité, avec toute la richesse mathématique qui en découle. On y obtient une « pensée biréfléchie » bachelardienne, qu'Alunni capture avec une « série de couplages » associés à des échos techniques fondamentaux dans la *géométrie riemannienne birationnelle* [Alunni(a), 137] (voir *Section 2* en bas). La « dialectique violente des diverses pensées géométriques » [1934, 26] devient un champ de forces extrêmement fertile, tant pour le mathématicien que pour le philosophe.

<sup>3</sup> Pour Simone Weil, « L'état spirituel est la résultante mathématique d'une combinaison de forces » [W, VI.2, 448]. Ainsi, l'esprit et le réel se convoquent entre eux. Weil propose d'étudier « le lien de la mathématique et de la *réalité* » [W, VI.2, 448], suivant une perspective proche de Bachelard. Allant encore un peu plus loin que le surrationalisme bachelardien, Weil observe que « La mathématique pouvait bien être un objet de contemplation mystique » [W, VI.2, 448], selon une suite croissante de niveaux « feuilletés » : objet, surobjet, objet mystique, etc.

<sup>4</sup> Simone Weil, suivant son frère et grand mathématicien André (*cf.* [Lafforgue, 128-131]), est critique de l'algèbre, et elle se demande si l'algèbre est « une erreur concernant l'esprit humain » [W, VI.1, 233]. L'intuition géométrique, redevable aux Maîtres grecs que Simone adorait, est pour elle la plus fine expression de la pensée mathématique. Voir à ce sujet son beau mot, « je pense bien que Dieu, selon la parole pythagoricienne, est un géomètre perpétuel – mais non pas un algébriste » [W, VII.1, 437]. Ceci renvoie aussi à « l'ange de la topologie et le démon de l'algèbre » selon Hermann Weyl (1937), et rapproche Simone Weil du Bachelard riemannien-weyllien (voir *Section 2* en bas).

<sup>5</sup> Pour Weil, « L'invention mathématique est transcendante. (...) *C'est parce que la mathématique est claire par excellence et à un degré unique qu'on y prend le mystère au filet* » [W, VI.2, 365]. La connexion entre limpidité et mystère est très caractéristique de Simone, dont sa « vocation de vérité » [Lafforgue, 126] imprègne toute son œuvre.

<sup>6</sup> Selon Simone, il est crucial de comprendre « l'*impossibilité* dans le raisonnement mathématique », ouverture où « la négation est le passage dans l'éternel » [W, VI.4, 167].

<sup>7</sup> Pour Simone (et André) Weil, la question se pose de savoir si « La mathématique est un art (André)? » [W, VI.1, 233]. Ce serait en effet un art, mais « où le temps ne joue aucun rôle » et qui « ne rendrait sensible que l'unité et la diversité, l'un et le multiple, l'analogie » [W, VI.1, 233].

Développant ses idées sur le rôle crucial de la pensée abstraite, Bachelard met l'accent sur la place essentielle de la *topologie*, non seulement pour comprendre les mathématiques, mais pour saisir les nuances complexes de la pensée même. En effet, c'est « dans la qualité, dans le caractère topologique – qui est primordial – que la généralité apparaît uniforme et solidement assurée » [1929, 54]. Bien au-delà des soit-disant « philosophes des mathématiques » de son temps, Bachelard est parfaitement conscient de « l'importance considérable qu'a prise la *topologie mathématique*, *l'Analysis Situs* » [1949, 208], et il tente d'extrapoler cette idée vers diverses variantes conceptuelles : « *topologie philosophique* » [1949, 7], « *physique topologique* » [1949, 208], « *topologie des causes* » [1949, 208], « topologie de la métaphysique » [1951, 15]. Les diverses emphases en italiques, soulignées par Bachelard lui-même, montrent l'importance qu'il donne à ces pensées topologiques, qui permettent de « revenir de l'esprit vers les choses » [Alunni(b), 29]. Comme Alunni le montre dans son étude de Weyl (et Riemann) chez Bachelard, c'est une « solidarité profonde »<sup>8</sup> [Alunni(b), 31], topologique, qui permet le *transit naturel* entre la géométrie infinitésimale et la physique, entre abstraction universelle et concrétude matérielle.

Dans l'abstraction, diverses variations topologiques aident à comprendre les variations de la pensée. D'un côté, la *topologie de l'ordre* offre de fines orientations pour analyser les rapports entre physique et métaphysique : « la topologie qui se contente de l'ordre apparaît comme plus générale que la géométrie classique qui réclame la considération des grandeurs » [1927, 31]. La généralité permet ici de passer du particulier à l'universel, et une « métaphysique réaliste » peut alors puiser « dans l'étude topologique des objets qui peuplent l'espace » [1937, 4]. Dans cette même direction, l'on peut imaginer une « physique de l'ordre pur » [1937, 129] qui se construit sur les topologies de l'ordre. D'un autre côté, revenant sur le rôle central de la « *notion de voisinage* » [1937, 128], Bachelard indique « qu'on touche à un principe plus profond » [1937, 129], qui aide à expliquer les « critiques que la science nouvelle apporte contre la notion d'un déterminisme absolu » [1937, 131] (voir aussi [Alunni(a), 82] pour les connections entre la pensée des voisinages et la pensée quantique). Une topologie « des allures générales qui accepte à la fois les fluctuations et la probabilité » [1934, 119] élargit alors les contextes de l'entendement (voir aussi [Alunni(a), 150] pour des chevauchements amples de la dialectique sur une bande de Möbius). Finalement, un rapport entre une « topologie grossière » [1937, 21] et le réalisme usuel correspond à un rapport entre des topologies plus fines et un réalisme métaphysique abstrait, proche d'un surrationalisme qui élargit la portée de la raison. Les dimensions imaginaires du langage complètent alors la raison<sup>9</sup>, puisque « toute syntaxe est d'essence topologique » [1934, 126].

<sup>8</sup> Vance Morgan montre comment une « *harmonia* » similaire est fondamentale pour Weil, lorsqu'elle approche la mathématique des anciens Grecs (cf. [Morgan, 74-76, 80, 92]). *L'harmonie* et la *solidarité* sont profondément liées à la « contemplation de la beauté mathématique » [W, VI.2, 486], principale raison d'être de la pensée mathématique.

<sup>9</sup> Morgan signale que Weil, dans son Diplôme d'Études Supérieures « Science et perception chez Descartes » (1930) (cf. [W, I, 159-221]), élargit le spectre de l'imagination, dans le but d'essayer de réunir les deux parties (intérieur géométrique, extérieur physique) de son moi [Morgan,

## 2. La place de Riemann

Bachelard saisit avec grande finesse quelques-uns des apports centraux de Riemann à la pensée mathématique. Plus orienté vers les variétés différentielles (géométrie riemannienne réelle) que vers les variétés complexes (surfaces de Riemann), Bachelard insiste sur l'importance de la « révolution riemannienne » [1927, 28] et son « sens profond » [1927, 28, 201] : la compréhension *globale* des fonctions à travers ses équations différentielles et à travers l'étude *locale* de l'infiniment petit. Les richesses techniques de l'infinésimal offrent une grande *liberté* (« règles librement choisies », « construction libre » [1927, 184]), qui s'ouvre à une compréhension universelle des phénomènes. L'« *arbitraire* riemannien » [1927, 202, 209] survole alors les mathématiques, et une dialectique ubiquitaire entre continuité (abstraite, générale) et coupure (concrète, particulière)<sup>10</sup> donne lieu à quelques-uns des outils majeurs inventés par Riemann. En fait, c'est autour des *tenseurs* (avec le passage d'*invariances* linéaires à invariances tensorielles, *cf.* [Alunni(b), 28], et avec sa valeur de « pensée synthétique » [1934, 55]), de la *courbure* [1937, 122], de l'*axiomatique* [1929, 59], que l'œuvre différentielle de Riemann explose.

Ce n'est pas un hasard si « souvent la géométrie riemannienne est la plus comode, la plus économique, la plus claire » [1934, 39]. La *souplesse* des idées mathématiques riemanniennes entre en parfait dialogue avec la souplesse des vues philosophiques bachelardiennes. Quelques « outils mathématiques (...) forgés avant qu'on en puisse prévoir l'emploi » [1937, 122], comme c'est le cas de la « théorie de la courbure de Riemann », « les matrices d'Hermite », « les groupes de Galois »<sup>11</sup> [1937, 122], permettent de sonder la Nature. Les grandes correspondances étudiées longuement par Bachelard – la Relativité et le « verbe riemannien » [1937, 115], « la pensée riemannienne d'Einstein » [1934, 55] – offrent un couplage naturel entre l'abstrait et le concret. À son tour, les grands rapports de forces – Newton/euclidien vs. Einstein/riemannien [1934, 55], mécanique *non-newtonienne* vs. géométrie *non-euclidienne* [1940, 138], Relativité généralisée/espace riemannien vs. Relativité restreinte/espace euclidien [1937, 128] – permettent de pointer vers les distinctions fondamentales que la mathématique de Riemann offre pour la physique moderne. Allant même au-delà du matériel,

21, 29-30]. Cette extension imaginaire de la raison entre en parfait accord avec la surraison bachelardienne (et avec les imaginaires complexes et la perspective inversée de Florensky, *cf.* [Zalamea(c)]).

<sup>10</sup> Pour Weil, « une résolution de la contradiction fondamentale entre continu et discontinu » [W, IV.1, 434] est le moteur primordial des mathématiques (idée reprise par René Thom (1982) comme « aporie fondatrice des mathématiques », *cf.* [Zalamea(a), 98]). Comme jeune professeur au lycée de jeunes filles du Puy-en-Velay (1932), Simone consacra « une douzaine d'heures à l'histoire des mathématiques » [W, IV.1, 434] dans son cours de philosophie.

<sup>11</sup> Simone Weil étudie et cite « l'idée essentielle » de Galois, « sauter à pieds joints sur les calculs ; grouper les opérations » [W, VI.1, 82]. Simone avait une énorme admiration pour Galois, au point que son article « La vie et la grève des ouvrières métallos » (1936) a été publié sous le pseudonyme S. Galois (*cf.* [W, VII.1, 200]).

Bachelard imagine l'« espace courbe riemannien de la fantaisie » [1957, 148], un espace dynamisé, multiple, puissant, qui complète notre perception.

On voit donc comment Bachelard puise chez Riemann (et Weyl à sa suite, *cfr.* [Alunni(b)]) les idées primordiales de (1) définition globale, (2) transformation analytique et (3) invariance géométrique. Les trois niveaux sont indispensables, comme nous verrons dans la *Section 3*, pour comprendre les « trois états » [1938, 8] du concret, concret-abstrait et abstrait. C'est sur ce va-et-vient dialectique entre abstraction et concrétude que se base la vision bachelardienne des mathématiques, avec l'étude des variations, *possibilia*, obstructions<sup>12</sup> et transits entre les extrêmes, d'où découlent les inventions majeures de la discipline.

### 3. Remarques de Bachelard sur les mathématiques, et une géométrie contemporaine

Les forces marquantes de la « géométrie vivante » – inversions, négations, abstractions, dynamiques, dialectiques, couplages, pluralités, multiplications – se réfléchissent naturellement sur la vision bachelardienne des mathématiques. Une « oscillation, au point où convergent l'esprit de finesse et l'esprit géométrique » [1927, 10] est nécessaire ; « la déduction, en créant des abstractions nouvelles, réclame une référence continue au donné qui déborde, par essence, la logique » [1927, 10]. Combien aurait été utile pour la philosophie analytique des mathématiques cet avertissement bachelardien sur les débordements de la logique ! Les mathématiques, bien au-delà de preuves et de logique, a besoin d'obstacles et d'intuitions vagues, autour d'une « pensée difficile » (célébration des thèses de Lautman par Bachelard, *cfr.* Alunni dans [Synthèse, 25]). L'objet logique, bien « déterminé et limité » [1927, 57], se distingue de l'objet physique (ou mathématique), complexe et indéterminé (ce qui renvoie à la théorie de l'*ambigüité* chez Galois)<sup>13</sup>. En fait, selon Bachelard, « l'expérience échappe à l'arithmétisation »<sup>14</sup>, « une sommation arithmétique peut être impropre », « la logique ne suffit pas » [1927, 57].

Par contre, Bachelard remarque le rôle crucial d'une « géométrie réaliste intermédiaire » [1928, 174] qui permet d'obtenir une « conquête rationnelle de la com-

<sup>12</sup> Weil propose de « Lire des fonctions dans le monde », à partir desquelles « les ombres » [W, VI.2, 209] deviennent des marques essentielles de l'intelligence.

<sup>13</sup> Le contrepoint entre délimitation et limitation est présenté par Weil, autour des anciens Grecs (Pythagore, Eudoxe, Archimède, Platon), comme « Équilibre entre un homme et le monde. Pierre fluide. Équilibre entre le fini et l'infini » [W, VI.1, 233]. La *pierre fluide*, mixte « lautmanien » entre obstruction et transit, entre statisme et élasticité, entre invariance et variation, entre archétype et types, capture bien le dynamisme de la pensée mathématique.

<sup>14</sup> Weil souligne que c'est « La mathématique de l'espace, contrairement à celle du nombre » qui « peut être appliquée en toute rigueur, et non plus par approximation, à l'univers » [W, VI.2, 209]. En fait, « l'esprit humain ne peut s'en tenir ni au nombre ni au continu ; il va de l'un à l'autre » [W, IV.1, 141]. La coïncidence avec la *pendularité* bachelardienne (et ses grandes concrétions mathématiques : *ambigüité* galoisienne, *harmonie* riemannienne, *résidualité* poincaréenne, etc.) est ici étonnante.

plexité » [1928, 163]. C'est dans les *médiations*, dans les êtres « qui jouent un rôle tantôt purement algébrique, tantôt nettement physique » [1928, 170] (préfiguration parfaite des « mixtes » selon Lautman), que les mathématiques permettent d'incarner sa puissance transformatrice, allant de l'abstrait vers le concret. Le réel devient alors un « prétexte du général » [1929, 61], un réalisme étendu et universel va-et-vient entre une géométrie intuitive et une algèbre discursive [1949, 27-28], et une « dialectique des principes de raison (...), activité de la philosophie du non » [1940, 145] règne sur la pensée mathématique.

Les difficultés autour du *continu* – saisies dans la belle formule passage de l'*Analysis Situs* à l'*Analysis Crisis* [1934, 111-112] et résumées dans la forte appréciation du continu comme « lieu géométrique de notre paresse et de notre ignorance » [1927, 220] – sont liées à la vision philosophique bachelardienne qui accentue les coupures, les obstacles, les négations. « La simple correspondance d'un continu et d'un discontinu soulève des difficultés mathématiques considérables » [1927, 175], et les « représentations conformes de l'espace et du temps sur le nombre » [1927, 175] (termes tirés de Eugène Cahen) constituent un formidable obstacle épistémologique, lieu de grandes inventions mathématiques. En fait, c'est dans les *extensions* conceptuelles autour des obstacles – signées avec le préfixe « sur- » (surobjet, surrationalisme) auquel Alunni ajoute « co- » (corationalisme), *cf.* [Synthèse, 15, 27]) – que les mathématiques acquièrent leur pleine vie<sup>15</sup>. Un *vaste spectre* de possibilités et de réalisations enrichit les domaines de la connaissance mathématique, arrivant à une « réalité de second ordre par le jeu même de la connaissance progressive » [1927, 185] (*cf.* les processus de « rêverie anagogique » et de « rectification continue » soulignés par Castellana [Synthèse, 109, 113]).

Bachelard propose « une sorte de *loi des trois états* pour l'esprit scientifique » [1938, 8]: (1) un « état concret », près de la *physique*, où les phénomènes sont vus et décrits, (2) un « état concret-abstrait », près de la *géométrie*, où l'intuition sensible et l'abstraction se lient autour de la simplicité, et (3) un « état abstrait », près de la *topologie*, où l'esprit échappe à l'expérience immédiate. Comme nous l'avons vu, ceci correspond aux trois niveaux riemanniens de (1) la globalité (définitions générales, autour de la dialectique Multiple-Un), (2) la transformation (représentations conformes, autour de la dialectique Singulier-Lisse) et (3) l'invariance (archétypes harmoniques, autour de la dialectique Plastique-Brisé)<sup>16</sup>. À son tour, Guitart

<sup>15</sup> Simone Weil va au-delà des obstacles (elle aurait accepté parfaitement les préfixes bachelardiens « obs- », « sur- », « co- ») et considère la *contradiction* comme source même de la pensée mathématique (*cf.* [Lafforgue, 132-135]). Autour de la contradiction et de l'erreur s'élève la précision : « La mathématique même implique déjà une erreur infinie pour autant qu'elle a besoin d'objets ou d'images » [W, IV.1, 166]. Voir aussi dans ce sens les travaux pionniers de Florensky (1914) sur les antinomies, qu'il situe comme *fondement* (!) de la pensée logique et mathématique (*cf.* [Zalamea(c)]).

<sup>16</sup> Weil propose une analyse des « raisonnements mathématiques » basée sur l'union de trois phrases/actions: (1) « *je peux* » (réurrence, Poincaré), (2) « *je veux* » (approximation, Eudoxe), (3) nécessité des niveaux précédents (« si on supprime les mots *je peux, je veux*, le raisonnement mathématique perd absolument tout son sens ») [W, I, 350]. La généralité, la variation et l'invariance – suivant Riemann et Bachelard – entrent ainsi en dialogue naturel avec les trois phrases/niveaux de Weil.

signale comment la pensée mathématique bouge en «trois temps, que l'on peut nommer : *ambigüité, pulsation, abréviation*» [Synthèse, 51]. Les deux premiers temps, fondamentaux pour comprendre la mathématique, sont *ensevelis* par les « philosophes analytiques » ; une expression dynamique de cet état de choses – « *la science est l'esthétique de l'intelligence* » [1938, 10] – leur est entièrement cachée. En fait, selon Bachelard nous nous situons dans une « réalité feuilletée » [1940, 55] (admirable métaphore liée aux *surfaces de Riemann feuilletées*), pleine de hiérarchies, niveaux, genres, réalisations synthétiques [1940, 55], qui va bien au-delà d'une raison plate, linguistiquement réduite, et s'ouvre à un surrationalisme complexe qui enrichit notre compréhension du monde. Les « méthodes d'osculation utilisées par le mathématicien » [1927, 295], attentives aux *déplacements* et aux mouvements *dynamiques* de la pensée [Alunni(a), 187-191], s'ouvrent à une « critique révolutionnaire », une « rectification », un « principe d'approximation », une « solidarité inter-conceptuelle » [Lassoued, 316-319], qui correspondent tout naturellement à la *vie* de la mathématique.

Un des aperçus profonds de la vision bachelardienne consiste à observer le champ de *projections* – abstraites, aériennes – de l'intelligence. La *natura construens* (abstraite) est projetée sur la *natura constructa* (concrète) [1932, 56], l'abstraction générale permet d'obtenir des liaisons *synthétiques et systématiques* non-observables autour des obstacles particuliers [1932, 59], les constructions mathématiques se révèlent efficaces non dans les fondements, mais autour d'une *partie aérienne* où l'empirisme « ne pèse plus » [1932, 60]. La richesse de l'abstraction (*Métaphysique de la Mathématique* [1932]) acquiert toute sa (sur)raison grâce précisément à sa liberté, sa plasticité<sup>17</sup>, ses multiples perspectives de réalisation. Maints développements de la mathématique à partir des années 1930-1940 montrent la justesse de la lecture bachelardienne. Une géométrisation étendue a envahi la discipline, grâce aux techniques de la théorie des *faisceaux*, convertie par Grothendieck en pilier de sa compréhension multiforme de l'*espace-nombre* (géométrie algébrique, géométrie arithmétique, algèbre topologique, avec ses grandes inventions : topos, motifs, dérivateurs, etc., *cfr.* [Zalamea(b)]). Chez Grothendieck, tout est *projection* ou, inversement, *injection* : compréhension d'une propriété libre projetée sur son contexte, compréhension d'un objet donné injecté dans une catégorie. L'esprit de Grothendieck est donc pleinement bachelardien, *immergé dans un surrationalisme abstrait*, à partir duquel la plasticité des inventions générales boucle les singularités du particulier.

<sup>17</sup> Lafforgue souligne comment Simone Weil « se donna totalement » à « la vocation de la vérité : désir de la vérité, confiance dans la vérité, attente de la vérité et amour de la vérité » [Lafforgue, 126]. Selon Weil « sous le nom de vérité j'englobais aussi la beauté, la vertu et tout espèce de bien, de sorte qu'il s'agissait pour moi d'une conception du rapport entre la grâce et le désir » (*cfr.* [Lafforgue, 126]). La *plasticité* de l'amour de vérité et de beauté – véritable *grâce* weilienne – est condition *sine qua non* pour approcher avec fidélité la « géométrie vivante » parcourue par Bachelard. Pour arriver à sentir *vraiment* cette plasticité, « il faut entrer dedans » la mathématique [W, VI.1, 94], une *immersion* que beaucoup de soi-disantes « philosophies des mathématiques » n'ont jamais réalisée.



De façon similaire, diverses constructions de la mathématique contemporaine, à la recherche d'*archétypes ramifiés globaux*, projetables sur plusieurs régions et niveaux locaux, gouvernent une large partie de la pensée mathématique actuelle : le programme de Langlands en théorie des nombres, les travaux de Gromov autour du *b*-principe, les classifications des algèbres d'opérateurs chez Connes, les invariants géométriques de Zilber en théorie des modèles, les noyaux de la *reverse mathematics* selon Friedman et Simpson, la théorie *pcf* de Shelah, etc. (*cfr.* [Zalamea(a)]). Un *treillis de projections* aide alors à expliquer la fortune vivante de la discipline. Ainsi, il n'est pas difficile de percevoir, dans les grandes forces qui agitent la mathématique post-bachelardienne, des tendances que Bachelard avait déjà devinées et décrites dans ses études du nouvel esprit scientifique. Le cas d'un philosophe des sciences et de la culture attentif au *spectre technique* des réalisations de son époque montre l'importance d'une *réflexion engagée* autour d'une « géométrie vivante », avec des problèmes authentiques et des nuances fines à analyser dans le cadre de son travail.

Fernando Zalamea  
Universidad Nacional de Colombia  
fzalameat@unal.edu.co

## Références

### Ouvrages de Gaston Bachelard

- [1927] *Essai sur la connaissance approchée*, Paris, Vrin, 1927.
- [1928] *Étude sur l'évolution d'un problème en physique. La propagation thermique dans les solides*, Paris, Vrin, 1928.
- [1929] *La Valeur inductive de la Relativité*, Paris, Vrin, 1929.
- [1932] *Metafisica della matematica* (traduction d'une conférence de 1932) (eds. C. Alunni & G. Ienna), Roma: Castelvechi, 2016 (ed. française, Paris, Hermann, 2021).
- [1934] *Le Nouvel esprit scientifique*, Paris, PUF, 1934.
- [1937] *L'Expérience de l'espace dans la physique contemporaine*, Paris, Librairie Félix Alcan, 1937.
- [1938] *La Formation de l'esprit scientifique. Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*, Paris, Vrin, 1938.
- [1940] *La Philosophie du non. Essai d'une philosophie du nouvel esprit scientifique*, Paris, PUF, 1940.
- [1949] *Le Rationalisme appliqué*, Paris, PUF, 1949.
- [1951] *L'Activité rationaliste dans la physique contemporaine*, Paris, PUF, 1951.
- [1957] *La Poétique de l'espace*, Paris, PUF, 1957.

### Œuvres de Simone Weil

- [W] *Œuvres complètes*, Tomes I (« Premiers écrits philosophiques »), IV.1 (« Écrits de Marseille »), VI.1-4 (« Cahiers »), VII.1 (« Correspondance »), Paris, Gallimard, 1988-2012.

## Études

- [Alunni(a)] Charles Alunni, *Spectres de Bachelard. Gaston Bachelard et l'école surrationaliste*, Paris, Hermann, 2019.
- [Alunni(b)] Charles Alunni, “ Hermann Weyl chez Gaston Bachelard. Un héritage riemannien ”, in : J. Bernard & C. Lobo (eds.), *Weyl and the Problem of Space. From Science to Philosophy*, Cham, Springer, 2019, pp. 25-33.
- [Lafforgue] Laurent Lafforgue, « Simone Weil et la mathématique », in : E. Gabellieri & F. L'Yvonnnet (eds.), *Simone Weil – Cahiers de L'Herne*, Paris, Éditions de L'Herne, 2014, pp. 126-137.
- [Lassoued] Khalifa Lassoued, *Rapports de la découverte scientifique et de la création artistique chez Gaston Bachelard*, Thèse de Doctorat, Université de Nice, 2005.
- [Morgan] Vance Morgan, *Weaving the World. Simone Weil on Science, Mathematics, and Love*, Notre Dame, University of Notre Dame Press, 2005.
- [Synthèse] Charles Alunni (ed.), *Philosophie et mathématique. Bachelard et les mathématiques*, *Revue de Synthèse* 136 (6 série, 1-2) (2015).
- [Zalamea(a)] Fernando Zalamea, *Philosophie synthétique de la mathématique contemporaine* (trad. Charles Alunni), Paris, Hermann, 2019.
- [Zalamea(b)] Fernando Zalamea, *Grothendieck. Una guía a la obra matemática y filosófica*, Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2019.
- [Zalamea(c)] Fernando Zalamea, *Modelos en bases para el pensamiento matemático*, Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2021.